



## RC 造梁降伏型建物の大変形領域における崩壊機構に関する解析的研究

鈴木彩夏<sup>1)</sup>、松川和人<sup>2)</sup>、崔琥<sup>3)</sup>、中埜良昭<sup>4)</sup>

- 1) 学生会員 東京大学大学院工学系研究科、大学院生  
e-mail : ayaka-s@iis.u-tokyo.ac.jp
- 2) 正会員 東京大学生産技術研究所、助教 博士 (工学)  
e-mail : mtkw@iis.u-tokyo.ac.jp
- 3) 正会員 東京大学生産技術研究所、助教 博士 (工学)  
e-mail : choiho@iis.u-tokyo.ac.jp
- 4) 正会員 東京大学生産技術研究所、教授 工博  
e-mail : iisnak@iis.u-tokyo.ac.jp

### 要 約

梁降伏型全体崩壊機構を想定して柱梁耐力比を1.0以上として設計されたRC造建物であっても、崩壊機構形成前後において、柱に塑性ヒンジが生じ層崩壊あるいは過崩壊機構を形成する場合がある。本論文では、大変形時においても梁降伏型の安定した崩壊機構を維持する条件の整理を目的とし、柱にヒンジが生じ過崩壊機構が形成されるときの変形角とその発生する層、および柱梁耐力比の関係の評価手法を検討した。その結果、柱梁耐力比が比較的小さい場合に過崩壊が生じやすくなる傾向を確認し、また過崩壊が発生する層を精度よく評価できた。

キーワード：鉄筋コンクリート造、梁降伏、層崩壊、過崩壊、柱梁耐力比

### 1. はじめに

靱性に依存した鉄筋コンクリート造建物の耐震設計では、地震入力エネルギーを特定層ではなく建築全体の降伏ヒンジで吸収する、いわゆる梁降伏型の全体崩壊機構を形成する設計が望ましいとされている<sup>1)</sup>。しかしながら、これまでの大地震による被害では、梁降伏型の全体降伏機構を想定して設計された建物であっても、明確な梁降伏型機構が生じたと推定される建物は少ない。また、解析的検討においても、柱梁耐力比が1に近い場合、全体崩壊機構を形成する前に層崩壊機構が生じる、もしくは全体崩壊機構を形成した後に過崩壊機構が生じる可能性が高いことが指摘されている<sup>例えば2)</sup>。冒頭で述べた設計思想から言えば、大変形領域であっても梁降伏型の安定した崩壊機構を維持することが望ましく、本論文はそれを達成するための基礎的検討を行ったものである。

ここで、層崩壊機構の発生に関して、田子・勅使川原ら<sup>3)</sup>は特定層への損傷集中を防ぐために必要な柱梁耐力比および高さ方向の強度分布について検討を行っている。しかしながら、大変形時において梁降伏型全体崩壊機構がどの程度の変形まで維持されるかについては、建築物の崩壊に対する余裕度を評価する上で非常に重要であるものの、その定量的評価手法は得られていない。

そこで、本論文では、梁降伏型の全体崩壊機構を想定して設計された建物(柱梁耐力比1.0以上の建物)

が、全体崩壊機構を形成する前後において、柱に塑性ヒンジが生じ過崩壊機構を形成する、すなわちある接合部において両梁と直上階柱脚もしくは直下階柱頭が降伏し過崩壊の状態になる（以下、この状態を「3ヒンジ状態」と呼ぶ）ときに着目し、3ヒンジ状態が発生するときの変形角、および3ヒンジ状態が発生する層の特定に関し、単純なモデルを仮定して評価手法を検討した。また、単純なモデルに対し静的漸増載荷解析を行い、これを提案した評価手法による結果と比較することにより、その妥当性を検証した。

## 2. 静的漸増載荷解析による検証

まず、梁降伏型の全体崩壊機構を想定して設計された建物に3ヒンジ状態が発生するときの条件や傾向を把握するため、静的漸増載荷解析を行った。

### 2.1 解析条件

解析モデルは、無限均等純ラーメンの中柱を取り出した魚骨モデル（図1）とする。建物層数は、3層、5層、7層、10層の4通りとする。3層モデル、5層モデルについては、柱梁耐力比 $\beta$ を1.5、1.7、2.0、2.3、2.5の5通りとし、7層モデル、10層モデルについては、柱梁耐力比 $\beta$ を1.5、1.7、2.0の3通りとする。以上の組み合わせの全16ケースについて検討を行った。

解析において、各部材は以下の仮定条件に従い、それぞれに応じた解析モデルを設定した。部材モデルは、材端部に非線形曲げばねと中央部に線形せん断ばねを配したもので、曲げばねの復元力特性は、曲げひび割れ発生点、曲げ降伏発生点の2つの剛性変化点を有するTri-Linear型の非線形特性とした。柱および梁ともに最上層まで一様の断面を仮定し、曲げ降伏強度は柱を $\beta M_{yb}$ 、梁を $M_{yb}$ とし、最上層の梁のみ $M_{yb}/2$ とした（図2参照）。また、各層に作用する外力は、震度逆三角形分布に従う比例荷重とした。

### 2.2 「3ヒンジ状態」が発生する条件および傾向

表1に頂部変形角（頂部水平変形を建物高さで除した値とする） $1/30\text{rad}$ .における崩壊機構の発生状況を示した。これより、柱梁耐力比 $\beta$ が比較的小さい場合、全体崩壊形が形成されず3ヒンジ状態が生じやすい傾向が見られた。また、3ヒンジ発生層に着目すると、柱梁耐力比 $\beta$ の増加に応じて3ヒンジ発生層がより上層になる結果が得られた。

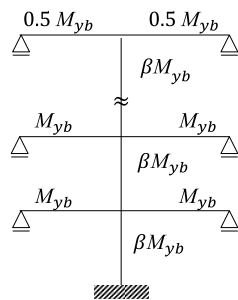


図1 解析モデル

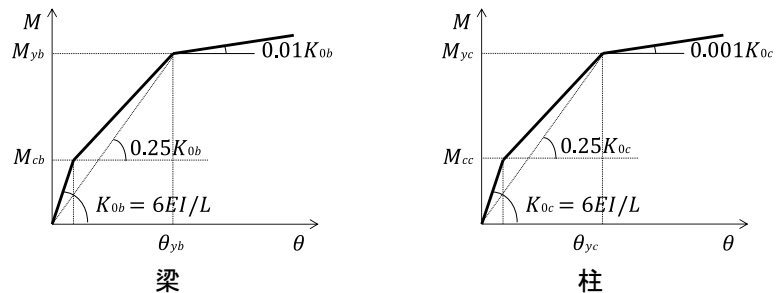


図2 各部材の復元力特性

表1 頂部変形角 $1/30\text{rad}$ .における崩壊機構

層数	柱梁耐力比 $\beta$				
	1.5	1.7	2.0	2.3	2.5
3	2層	2層	2層	○	○
5	3層	3層	3層	4層	4層
7	3層	4層	4層	解析対象外	解析対象外
10	4層	4層	5層	解析対象外	解析対象外

表記：○：全体崩壊形機構を維持、■：3ヒンジ発生層を表記

### 3. 理論的検討

#### 3.1 「3ヒンジ状態」発生時の変形角

##### (a) 検討条件

まず、3ヒンジ発生時の変形角について検討する上で、以下の仮定を行った。ある接合部から両梁、両柱の反曲点位置で切断されたフリーボディ（図3）について考える。ここで、すなわち建物応答変形角と*i*+1層梁の回転角が等しいと仮定し、その角度を $\theta$ とする。また、梁は初期剛性を $\alpha_{yb}K_{0b}$ 、降伏後の剛性低下率を $\alpha_b$ としたバイリニアモデル、柱は初期剛性を $\alpha_{yc}K_{0c}$ 、降伏後の剛性低下率を $\alpha_c$ としたバイリニアモデルとする。また、柱梁耐力比を $\beta$ とし、梁の曲げ降伏強度を $M_{yb}$ 、柱の曲げ降伏強度を $\beta M_{yb}$ とする（図4参照）。

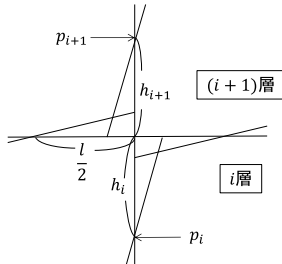


図3 想定したフリーボディ

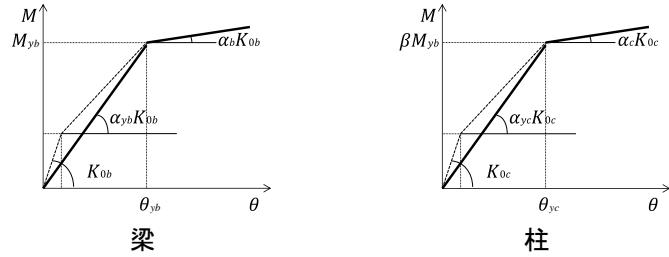


図4 各部材の復元力特性

##### (b) 理論式の導出

(a)に示した検討モデルについて、*i*層柱頭に新たにヒンジが発生し、3ヒンジ状態を形成するときを考える。まず、*i*+1層柱脚におけるモーメントは式(1)、*i*層柱頭におけるモーメントは式(2)、(*i*+1)層両梁におけるモーメントは式(3)により表される。

$$M_{(i+1)\text{層柱脚},\theta_y+\Delta\theta} = -h_{i+1,\theta_y+\Delta\theta} \cdot Q_{i+1,\theta_y+\Delta\theta} \quad (1)$$

$$M_{i\text{層柱頭},\theta_y+\Delta\theta} = -h_{i,\theta_y+\Delta\theta} \cdot Q_{i,\theta_y+\Delta\theta} = \beta M_{yb} \quad (2)$$

$$M_{(i+1)\text{層梁},\theta_y+\Delta\theta} = M_{yb} + \alpha_b K_{0b} \cdot \Delta\theta \quad (3)$$

ここで、全体崩壊形機構の形成するときの応答変形角を $\theta_y$ 、3ヒンジ状態を形成するときの応答変形角を $\theta_y+\Delta\theta$ とする。また、応答変形角 $\theta$ における*i*層のせん断力を $Q_{i,\theta}$ 、反曲点までの距離をそれぞれ上から順に $h_{i+1,\theta}$ 、 $h_{i,\theta}$ とする。

次に、節点における力の釣り合いより、式(4)が成り立つ。式(1)、(2)、(3)を式(4)に代入すると式(5)が導かれる。

$$M_{(i+1)\text{層柱脚}} + 2M_{(i+1)\text{層梁}} + M_{i\text{層柱頭}} = 0 \quad (4)$$

$$-h_{i+1,\theta_y+\Delta\theta} \cdot Q_{i+1,\theta_y+\Delta\theta} - \beta M_{yb} + 2M_{yb}\Delta\theta + 2\alpha_b K_{0b} \cdot \Delta\theta = 0 \quad (5)$$

*i*+1層梁について、式(6)の関係が成り立つ。式(5)の両辺を式(6)で除すことにより、 $\Delta\theta/\theta_y$ 、すなわち3ヒンジ発生までの余裕度を定量化する指標（以下、過崩壊余裕度と呼ぶ）を表す式(7)が導出される。ここで、例えば、過崩壊余裕度 $\Delta\theta/\theta_y = 0$ のときは、全体降伏形と同時に3ヒンジ発生が発生し、過崩壊余裕度 $\Delta\theta/\theta_y = 1$ のときは、応答変形角 $\Delta\theta+\theta_y = 2\theta_y$ において3ヒンジが発生することを意味する。

$$\theta_y = \frac{M_{yb}}{\alpha_{yb}K_{0b}} \quad (6)$$

$$\frac{\Delta\theta}{\theta_y} = \left( \frac{h_{i+1,\theta_y+\Delta\theta} \cdot Q_{i+1,\theta_y+\Delta\theta}}{M_{yb}} + \beta - 2 \right) \cdot \frac{\alpha_{yb}}{2\alpha_b K_{0b}} \quad (7)$$

続いて、式(7)における未知数である層せん断力 $Q_{i+1,\theta_y+\Delta\theta}$ を算出するため、想定モデルを反曲点位置で切

断されたフリーボディからあるN層建物（図5参照）に拡張して、仮想仕事法を用いて検討を行う。まず、外力の仕事 $W_{\text{ext}}$ は、各層に作用する外力 $P_k$ 、および各層の変形量 $\delta_k$ より、式(8)で表される。

$$W_{\text{ext}} = \sum_{k=1}^N P_k \cdot \delta_k \quad (8)$$

外力 $P_k$ が震度逆三角形分布であるとき、任意の層（k層）に作用する外力 $P_k$ は単位外力 $p$ を用いて式(9)によって表すことができる。これより、式(9)は式(10)へと変形できる。

$$P_k = k \cdot p \quad (9)$$

$$W_{\text{ext}} = \sum_{k=1}^N k \cdot \delta_k \cdot p \quad (10)$$

また、各層の変位 $\delta_k$ についても同じく逆三角形分布し、各層高さ $h_k$ が一定の高さ $h$ であると仮定すると、式(10)は式(11)のように表される。

$$W_{\text{ext}} = \sum_{k=1}^N k^2 \cdot \theta \cdot p \quad (11)$$

一方、降伏ヒンジが発生した状態では、各降伏ヒンジが降伏モーメント $M_y$ を維持しながら回転すると考える。すなわち、図4で示したモデルよりもさらに単純化し、柱および梁ともに降伏後の剛性低下率 $\alpha_b$ を0とする。ここで、前述と同様、建物応答変形角 $\theta$ と各降伏ヒンジにおける回転角 $\theta'$ が等しいと仮定すると、内力の仕事 $W_{\text{int}}$ は式(12)のように表される。

$$W_{\text{int}} = \Sigma(M_y \cdot \theta') \quad (12)$$

$$\Sigma M_y = (2N - 1 + 2\beta)M_{yb} \quad (13)$$

このとき、外力と内力の仕事が釣り合うことから式(11)および式(12)と式(13)を用いて、式(14)が導出される。これにより、各降伏ヒンジの降伏モーメント $M_y$ の総和から単位外力 $p$ を算出することができる。

$$p = \frac{(2N-1+2\beta)M_{yb}}{\sum_{k=1}^N k^2} \quad (14)$$

このようにして求められた単位外力 $p$ を式(9)に代入することにより、各層に作用する外力 $P_i$ が算出される。さらに、外力 $P_i$ を用いて層せん断力 $Q_i$ を算出することができる。ここで、層せん断力 $Q_i$ および単位外力 $p$ について、 $Q_i = a_i \cdot p$ とする。

ここで、前述した3ヒンジ発生までの余裕度を定量化する指標、すなわち過崩壊余裕度を表す式(7)に再度着目する。このとき、未知数である層せん断力 $Q_{i+1, \theta+\Delta\theta}$ を単位外力 $p$ を用いて $a_{i+1} \cdot p$ と表すと、式(7)は式(14)を用いて式(15)のように表すことができる。

$$\frac{\Delta\theta}{\theta_y} = \left( \left( \frac{2h_{i+1, \theta_y + \Delta\theta} \cdot a_{i+1}}{\sum_{k=1}^N k^2} + 1 \right) \beta + \frac{(2i-1) \cdot a_{i+1}}{\sum_{k=1}^N k^2} - 2 \right) \cdot \frac{\alpha_{yb}}{2\alpha_b K_{0b}} \quad (15)$$

以上より、3ヒンジ発生までの余裕度を定量化する指標、すなわち過崩壊余裕度 $\Delta\theta/\theta_y$ は柱梁耐力比 $\beta$ の一次式となることが示された。ここで、一次式において柱梁耐力比 $\beta$ にかかる係数には、 $i+1$ 層反曲点までの距離 $h_{i+1, \theta+\Delta\theta}$ が関係することも式(15)より明らかである。

### (c) 理論式と解析結果の比較

これまでの理論的検討により、3ヒンジ発生までの余裕度を定量化する指標、すなわち過崩壊余裕度 $\Delta\theta/\theta_y$ と柱梁耐力比 $\beta$ の関係が明らかになった。この指標の妥当性を検証するため、静的漸増載荷解析との比較を行う。

静的漸増載荷解析から得られた柱梁耐力比 $\beta$ と $\Delta\theta/\theta_y$ の関係を図6に示す。過崩壊余裕度 $\Delta\theta/\theta_y$ は柱梁耐力比 $\beta$ の増大に応じて増加する。この傾向は、前述の(b)で述べたように、過崩壊余裕度 $\Delta\theta/\theta_y$ が柱梁耐力比 $\beta$ の一次式となることとも一致する。以上より、柱梁耐力比 $\beta$ が小さいとき、全体崩壊形を形成せずに3ヒンジ状態が生じやすくなることに対する理論的背景が明らかになった。

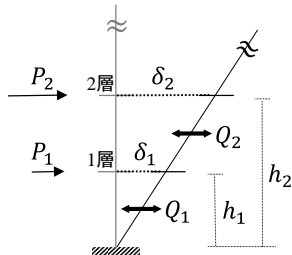


図5 想定したモデル

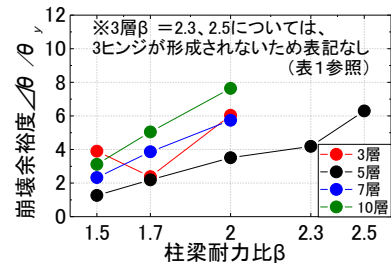


図6 柱梁耐力比 $\beta$ と過崩壊余裕度 $\Delta\theta/\theta_y$ の関係

### 3.2 「3ヒンジ状態」発生層の特定

3.1節において、柱梁耐力比 $\beta$ が小さいとき、全体崩壊形を形成せずに3ヒンジ状態が生じやすくなる理論的背景を確認することができた。続いて、2.2節において述べたように、解析結果では、柱梁耐力比 $\beta$ の増加に応じて3ヒンジ発生層がより上層へと変化した（表1参照）ことに着目し、柱梁耐力比 $\beta$ と3ヒンジ発生層の関係について検討を行った。

#### (a) 検討条件

静的漸増載荷解析で想定したN層魚骨モデルに対し、以下の仮定を行った。各部材の曲げ降伏強度は、解析と同様とし、復元力特性は、梁は初期剛性を $\alpha_{yb}K_{0b}$ 、降伏後の剛性低下率 $\alpha_b$ を0としたバイリニアモデル、柱は初期剛性を $\alpha_{yc}K_{0c}$ 、降伏後の剛性低下率 $\alpha_c$ を0としたバイリニアモデルとする。また、建物応答変形角と各層梁の回転角はこれまで同様等しいとする。

#### (b) 理論式の導出

(a)に記した検討モデルについて、 $i$ 層柱頭に3ヒンジが形成されたときについて考える。まず、 $i$ 層について、層方程式より、式(16)が成り立つ。

$$Q_i \cdot h = M_{i層柱脚} + M_{i層柱頭} \quad (16)$$

このとき、各層の層せん断力とその高さの積について、1~ $i$ 層までの総和を算出すると、式(16)および節点の力の釣り合いより、式(17)が成立する。さらに、各部材の降伏耐力 $M_y$ を用いて、式(17)は式(18)のように表される。

$$\sum_{k=1}^i Q_k \cdot h = M_{1層柱脚} + \sum_{k=2}^{i+1} M_{k層梁} + M_{i層柱頭} \quad (17)$$

$$\sum_{k=1}^i Q_k \cdot h = M_{y,1層柱脚} + \sum_{k=2}^{i+1} M_{y,k層梁} + M_{y,i層柱頭} \quad (18)$$

以上より、 $i$ 層柱頭に3ヒンジが形成されたときにおける、1~ $i$ 層までの層せん断力の総和 $\sum_{k=1}^i Q_k$ を算出する式(19)が導出される。

$$\sum_{k=1}^i Q_k = (M_{y,1層柱脚} + \sum_{k=2}^{i+1} M_{y,k層梁} + M_{y,i層柱頭})/h \quad (19)$$

外力分布が既知である場合、式(19)により算出した1~ $i$ 層までの層せん断力の総和 $\sum_{k=1}^i Q_k$ から、各層に作用する外力 $P_i$ を求めることができる。さらに、式(9)における各層に作用する外力 $P_i$ と単位外力 $p$ の関係を用いることにより、各層に作用する外力 $P_i$ から単位外力 $p$ が算出される。以上のようにして、式(19)より、単位外力 $p$ を求めることができる。ここで、 $i$ 層に3ヒンジが形成されるとして、そのときの単位外力 $p$ を順次求めれば、 $i=1\sim N$ のうち、単位外力 $p$ の値が最小となる場合の $i$ 層において、最も3ヒンジが形成されやすいと考えることができる。なお、本節における検討においては、前述の(b)で述べたように、1層柱脚と1~ $i$ 層梁のモーメントの降伏後の増分を無視しているため、本提案手法による3ヒンジ発生層の推定には若干の誤差が生じることに留意されたい。

### (c) 理論式と解析結果の比較

下層部分における力の釣り合いを用いて算出する単位外力 $p$ によって、3ヒンジ発生層を特定する手法を提案した。この妥当性を検証するため、2節で行われた静的漸増載荷解析における3ヒンジ発生層と、本提案を用いて評価した3ヒンジ発生層を比較する。

表2に、解析結果における3ヒンジ発生層と、本提案を用いて評価した3ヒンジ発生層を比較した結果を示す。また、図7に、5層モデルに対し、式(19)を用いて $i=1\sim N$ 層における単位外力 $p$ を算定した計算結果を示す。算定結果と解析結果における3ヒンジ発生層とを比較すると、両者は概ね一致する結果となった。また、解析において、柱梁耐力比 $\beta$ の増加に応じて3ヒンジ発生層がより上層になる傾向が見られたが、単位外力 $p$ の算定結果においても図7に示すように概ね同様の傾向が確認され、これは3層、7層、10層モデルにおいても同様であった。

以上より、式(19)を用いた評価式により、3ヒンジ発生層を精度よく予測できることがわかった。

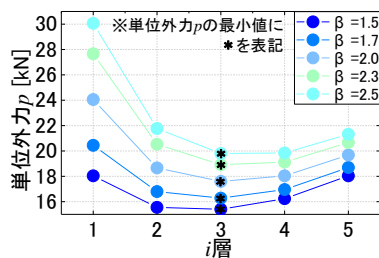


図7 5層モデルへの単位外力 $p$ の算定結果

表2 3ヒンジ発生層に関する解析結果および算定結果

	柱梁耐力比 $\beta$				
	1.5	1.7	2.0	2.3	2.5
3	2層 / 2層	2層 / 2層	2層 / 2層	-対象外	-対象外
5	3層 / 3層	3層 / 3層	3層 / 3層	4層 / 3層	4層 / 3層
7	3層 / 4層	4層 / 4層	4層 / 4層	-対象外	-対象外
10	4層 / 4層	4層 / 4層	5層 / 5層	-対象外	-対象外

表記：解析結果（表1参照） / 算定結果

■：解析結果と算定結果が一致    ■：解析結果と算定結果が不一致

## 4. まとめ

本論文では、梁降伏型の全体崩壊機構を想定して設計された建物が、全体崩壊機構を形成する前後において、過崩壊の崩壊機構を形成するときの変形角およびその発生層と柱梁耐力比 $\beta$ の関係に対し、単純なモデルを仮定して評価理論を検討した。また、静的漸増載荷解析によりその妥当性を検討した。その結果、柱梁耐力比が比較的小さい場合、3ヒンジ状態が発生しやすいことを確認した。また、3ヒンジ発生層を評価する手法を提案し、その精度を確認した。

今後は、3ヒンジ状態発生時の変形角を定量的に評価する手法を提案するとともに、実際の建物への適用条件を含めた検討を行い、その妥当性を検証する予定である。

## 謝辞

本研究の解析では、プログラム”DYNASTY-Frame2D”（千葉工業大学 藤井賢志博士作成）を使用させていただいた。記して御礼申し上げます。

## 参考文献

- 1) 鉄筋コンクリート造建物の終局強度型設計指針・同解説、日本建築学会、1990
- 2) Haselton, C. B., and Liel, A. B. : Seismic Collapse Safety of RC Buildings, J. Struct. Eng., April, 2011, pp.481-491
- 3) 田子茂、勅使川原正臣、太田勉：中高層鉄筋コンクリート造建物における層崩壊を防止するための耐震診断手法の提案、日本地震工学会論文集、Vol.12、No.3、2012年、pp.21-33