

# 単層 1 軸偏心建物の非線形応答評価における直交方向構面の剛性低下の影響

## NONLINEAR RESPONSE OF SINGLE-STORY ASYMMETRIC BUILDINGS CONSIDERING STIFFNESS DEGRADATION IN TRANSVERSE FRAMES

藤井賢志\*, 中埜良昭\*\*, 真田靖士\*\*\*

Kenji FUJII, Yoshiaki NAKANO and Yasushi SANADA

Nonlinear earthquake responses of single-story mono-asymmetric buildings are investigated considering stiffness degradation in their transverse frames, and their responses of equivalent SDOF models are compared with those of MDOF models. The responses of equivalent SDOF models show that the stiff side of a building might be underestimated due to the significant effect of second mode contributions. To overcome such problems, two procedures, i.e., (1) the pushover analysis considering the first and second mode contribution and (2) the modal analysis, are employed. The results show that the pushover analysis proposed herein can estimate the response satisfactorily, while the modal analysis does not result in good agreement.

**Keywords:** Asymmetric buildings, Equivalent single-degree-of-freedom model, Modal analysis, Pushover analysis

偏心建物, 等価 1 自由度系, モード重合法, 静的漸増解析

### 1 はじめに

想定した地震動に対する建物の非線形応答の評価は, 近年に開発された性能評価型の建物の耐震設計法や既存建物の耐震診断手法の重要な項目である。この実用的な方法として, 建物が強震時に代表的なモードで振動していると仮定して等価な 1 自由度系に置換して非線形応答を評価する方法が示されている<sup>1), 2), 3)</sup>。筆者らはこれまで, 偏心を有する建物を対象とした等価 1 自由度系による簡便な非線形地震応答評価手法の開発を目標として, その最も基本かつ重要なケースである 1 方向地震入力を受ける単層および多層 1 軸偏心建物に対象を限定して検討を行ってきた<sup>4), 5)</sup>。その結果として, 弾力半径比が大きくて 1 次等価質量比が大きい偏心建物の場合には等価 1 自由度系に縮約して応答評価を行うことが可能であるという結果を得ている。

ところで, 筆者らのこれまでの検討<sup>4), 5)</sup>では解析上の取り扱いの簡便さから直交方向構面は線形挙動するものとして扱ってきた。これは, 例えば学校建築のような梁間方向に十分な強度を有する建物を想定したことに対応するが, 一般には直交方向構面での非線形化により剛性低下が生じる。これは建物全体のねじれ剛性の低下の要因となり, その結果 2 次モード応答の影響が増大して等価 1 自由度系による応答評価が困難となる可能性がある。

本論文では, 直交方向の特性が各構面で全て等しい単層 1 軸偏心

建物が 1 方向入力を受ける場合を対象として 1 次モードによる静的漸増載荷解析を行い, 直交方向構面の剛性低下が単層 1 軸偏心建物の非線形挙動に与える影響を検討する。次いで等価 1 自由度系により応答変位分布を評価し, 応答変位分布を 1 次モード応答により評価する事の限界点を指摘する。さらにこの改善策として, 多層平面骨組を対象とした既往の研究<sup>6), 7)</sup>を参照にして, モード重合による方法とモード直和外力による静的漸増載荷解析を併用する方法を検討する。なお, 本検討においては議論の簡便化のため柱の 2 方向応力下における応力の相互作用等の影響は無視し, 加振方向構面と直交方向構面は独立に挙動すると仮定している点に留意されたい。

### 2 解析諸元

#### 2.1 解析建物モデル

解析建物モデルは図 1 に示されている 3 種類の平面形状の単層 1 軸偏心建物である。各々のモデルにおいて, 床の単位面積あたり重量を  $11.8\text{kN/m}^2$ , 階高  $h$  を  $3.75\text{m}$  と仮定する。建物全体の降伏耐力は, 加振方向である Y 方向では  $0.5W$  ( $W$ :建物重量) と仮定する。Y 方向構面は, 図 2 に示す復元力特性を有する純ラーメン要素および耐震壁要素により構成されるものとした。

建物モデルのパラメータは①建物の平面形状, ②直交方向 (X 方向) 構面の特性の 2 つである。

\* 東京大学大学院工学系研究科建築学専攻 博士課程

Graduate Student, The University of Tokyo

\*\* 東京大学生産技術研究所 助教授・工学博士

Associate Professor, Institute of Industrial Science, The University of Tokyo, Dr. Eng.

\*\*\* 東京大学生産技術研究所 助手・博士 (工学)

Research Associate, Institute of Industrial Science, The University of Tokyo, Dr. Eng.

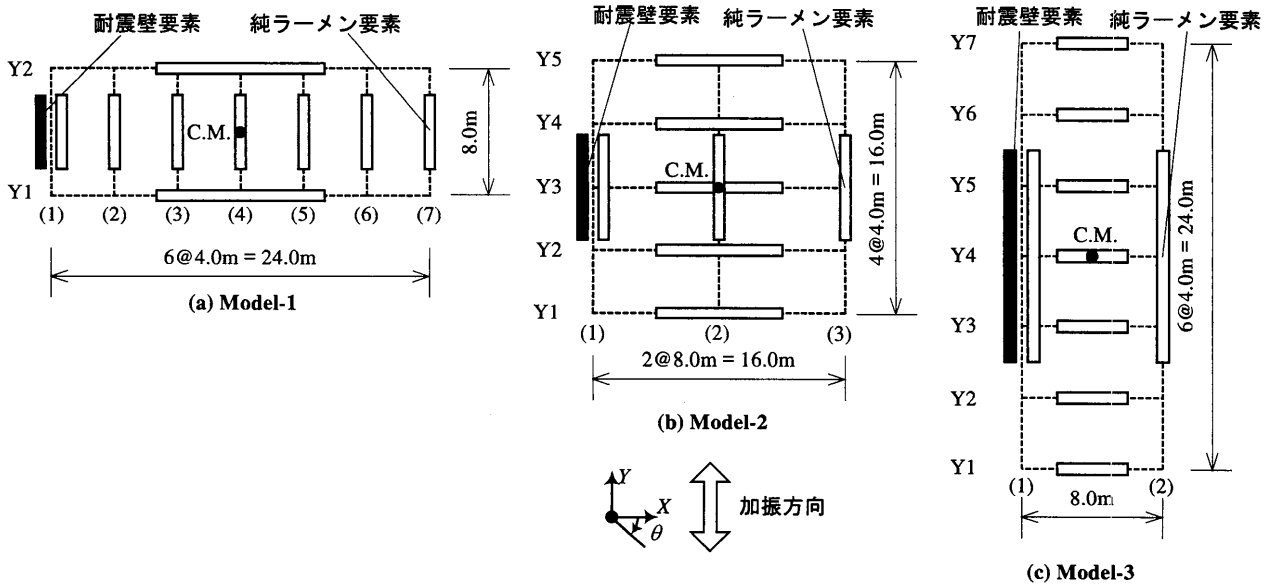


図 1 解析建物モデル

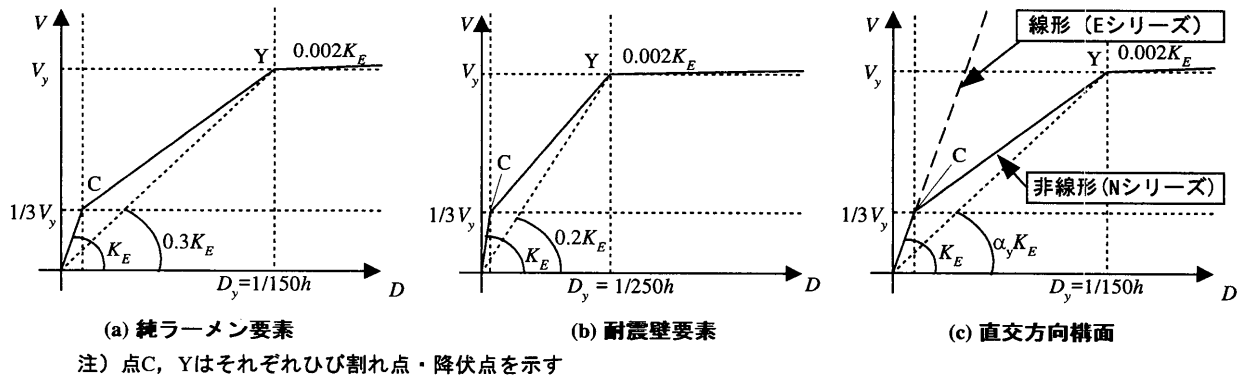


図 2 各要素の復元力特性

① 建物の平面形状

偏心建物に非線形応答に関する既往の研究において、平面における偏心のある方向の辺長とその直交方向の辺長の比率（辺長比）によって偏心建物の非線形挙動が大きく影響されることが指摘されている<sup>8),9)</sup>。本検討においてはこの点に留意して、建物の平面形状は図1に示す3種類とした。各モデルの詳細を以下に示す。

**Model-1 シリーズ (図1(a))** X方向4m×6スパン, Y方向8m×1スパンの矩形平面を持つ建物モデルで, Y方向各構面は構面(2)~(7)は図2(a)に示す純ラーメン要素が, 構面(1)には純ラーメン要素と図2(b)に示す耐震壁要素が配置されている。

**Model-2 シリーズ (図1(b))** X方向8m×2スパン, Y方向4m×4スパンの正方形平面を持つ建物モデルで, Y方向各構面は構面(2)~(3)は純ラーメン要素が, 構面(1)には純ラーメン要素と耐震壁要素が配置されている。

**Model-3 シリーズ (図1(c))** X方向8m×1スパン, Y方向4m×6スパンの矩形平面を持つ建物モデルで, Y方向各構面は構面(2)は純ラーメン要素が, 構面(1)には純ラーメン要素と耐震壁要素が配置されている。

② 直交方向構面の特性

本検討では直交方向構面の剛性低下が偏心建物の非線形応答性状に与える影響を検討するために, 図2(c)に示すように直交方向

構面が線形挙動する場合(Eシリーズ)と非線形挙動する場合(Nシリーズ)の2通りを設定する。偏心建物の非線形応答性状が加振方向と直交方向の構面における剛性ならびに降伏耐力の比率に強く影響される事は想像に難くないことから, 事前に行った検討では直交方向構面の剛性および耐力を加振方向の0.5倍, 1.0倍および1.5倍と設定した。その結果, 1.0倍と設定した場合では直交方向構面の剛性低下による影響の平面形状による違いが最も顕著に見られた事から, 本論文では1.0倍のケースに限って結果を紹介する。すなわち本論文で紹介するケースにおいては, X方向は各構面とも特性が等しいものとし, 建物全体のX方向の弾性剛性がY方向の弾性剛性と等し

表 1 解析建物モデルの各要素の降伏耐力

	構面	各要素の降伏耐力		構面の降伏耐力
		純ラーメン	耐震壁	
Model-1-E(N)	(1)	0.050W	0.150W	0.200W
	(2)-(7)			
	Y1, Y2			(0.250W)
Model-2-E(N)	(1)	0.117W	0.150W	0.267W
	(2)-(3)			0.117W
	Y1-Y5			(0.100W)
Model-3-E(N)	(1)	0.175W	0.150W	0.325W
	(2)			0.175W
	Y1-Y7			(0.071W)

注) 直交方向構面の降伏耐力はNシリーズの場合の値である。

くなるように設定し、Nシリーズにおける建物全体のX方向の降伏耐力は、Y方向の降伏耐力と等しくなるように（すなわち全体で0.5Wとなるように）設定した。なお、降伏点の割線剛性低下率 $\alpha_y$ は、直交方向構面の降伏変位を $1/150h$ とし弾性剛性 $K_E$ および降伏耐力 $V_y$ より定めた。

以上により、解析建物モデルのモデル数は合計で6となる。それぞれの解析建物モデルにおける各要素の耐力を表1に示す。本検討においては、全ての建物モデルにおいて純ラーメン要素の降伏耐力は全体で0.35W、耐震壁要素の降伏耐力は0.15Wと設定した。ここで、純ラーメン要素と耐震壁要素の降伏耐力の比率を一意的に設定した強い根拠があるわけではないが、これにより各解析建物モデルは表2に示すように建築基準法による偏心率 $Re^{11)}$ が極端に大きいモデル(Model-1, Model-2)と、 $Re$ が0.15~0.3の範囲にあるモデル(Model-3)とに分類される。各要素の復元力モデルは、全て曲げ破壊型を想定してTakedaモデル<sup>10)</sup>を用いた。

表2に各モデルの偏心比 $E (= e/i, e: 剛性偏心距離, i: 回転半径)$ 、弾力半径比 $J (= j/i, j: 重心まわりの弾力半径)$ 、偏心率 $Re$ を示す。表2より、いずれのモデルにおいても $J$ が1を上回っていることがわかる。図3に各モデルの固有モードを示す。図3より、いずれのモデルにおいても弾性1次モードでは並進振動が卓越するモードとなり1次等価質量比 $m_1^*$ が0.8以上となっていることがわかる。既往の検討において、弾性での1次等価質量比 $m_1^*$ が大きい単層1軸偏心建物は等価1自由度系による応答評価が可能であることから<sup>4)</sup>、本検討でのモデルは全てこの条件を満足しているため等価1自由度系により応答評価が可能であろうと推察される。また、いずれのモデルにおいても1次モード形は柔側構面が「振られる側」の構面となっているのに対し、2次モード形は剛側構面が「振られる側」の構面となっている。従って、剛側構面の変形は2次モード応答の影響を強く受けると予想される。

## 2.2 入力地震動

入力地震動はY方向からの1方向入力とした。入力地震動はEl Centro 1940NS(ELC), Taft 1952NS(TAF), Hachinohe 1968EW(HAC), Tohoku Univ. 1978NS(TOH), JMA Kobe 1995NS(JKB), Fukiai 1995NS(FKI)の6記録とし、継続時間は25秒間とした。地震動の大きさは、無偏心のモデルで減衰を3%の瞬間剛性比例型として応答解析を行った時の最大変位が階高の1/200と1/100となるような2段階を設定した。表3に入力地震動の一覧を、図4に地動最大加速度で基準化した加速度応答スペクトル(減衰定数3%)を示す。

## 2.3 数値積分法

数値積分法はNewmark- $\beta$ 法( $\beta = 1/4$ )を用い、積分刻み時間は0.005秒とした。また減衰は瞬間剛性比例型とし、弾性1次モードに対して3%と仮定した。

## 3 静的漸増載荷解析

時刻歴応答解析に先立って、静的漸増載荷解析を行い各解析建物モデルの基本特性を把握する。

### 3.1 静的漸増載荷解析の方法

ここでは文献12)で筆者らが既に示した剛性低下による1次モード形の変動を考慮する方法により静的漸増載荷解析を行う。本

表2 各建物モデルの偏心比・弾力半径比・偏心率

	$E$	$J$	$Re^{11)}$
Model-1-E(N)	0.850	1.509	0.682
Model-2-E(N)	0.634	1.418	0.500
Model-3-E(N)	0.283	1.225	0.238

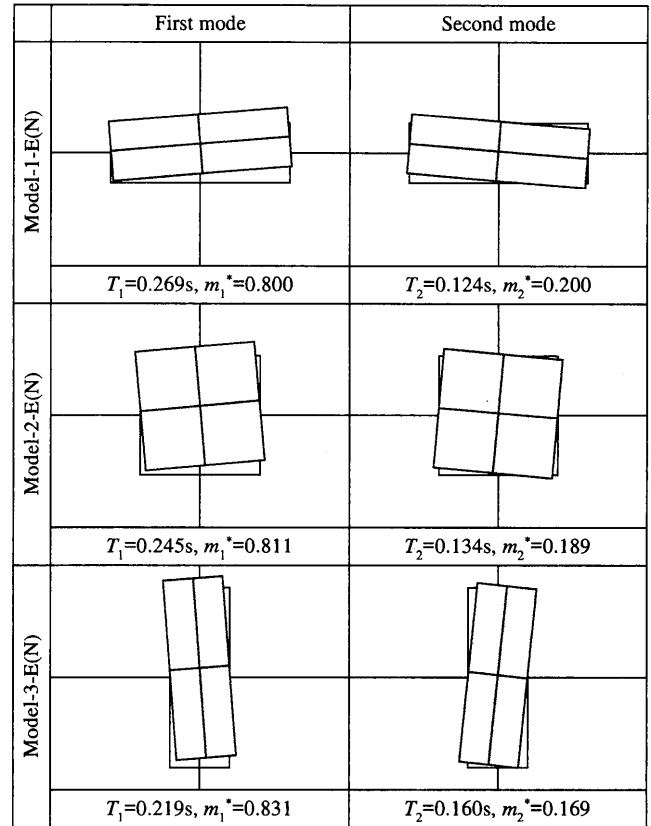


図3 各建物モデルの固有モード

表3 入力地震動の一覧

	原記録の 最大加速度 ( $m/s^2$ )	倍率	
		1/200(Lv. 1)	1/100(Lv. 2)
ELC	3.417	0.797	1.079
TAF	1.572	1.305	2.452
HAC	1.829	0.910	1.423
TOH	2.582	0.730	0.994
JKB	8.178	0.267	0.398
FKI	8.020	0.481	0.561

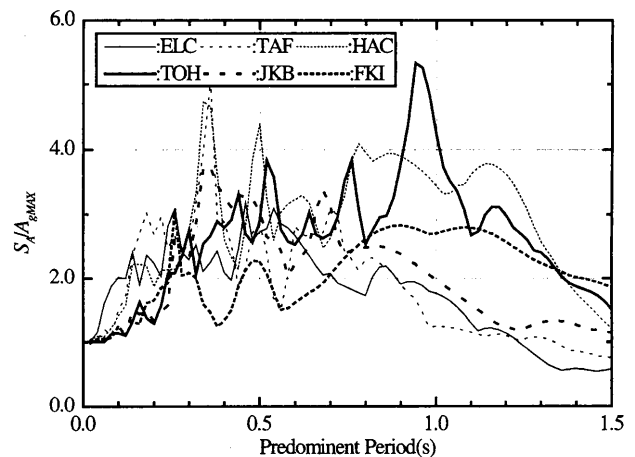


図4 加速度応答スペクトル

解析法で用いた仮定は以下の(1)~(3)である<sup>12)</sup>。解析の手順の詳細については付録1を参照にされたい。

- (1) 建物の各ステップにおける1次モード形は各々のステップにおける各要素の等価剛性にに基づき固有値解析により定める。
- (2) 各要素の等価剛性は当該ステップまでの最大変形に対する割線剛性で定義する。
- (3) 各ステップで建物に強制する変位分布は上記(1)および(2)より定まる1次モード形と相似形とする。

### 3.2 解析結果

図5~図7に各モデルの重心変位-層せん断力関係および重心変位-回転角関係を示す。なお、重心変位-回転角関係において回転角が負の値となっているのは重心変位が正方向(上向き)に生じた時に回転角が反時計回りに生じているためであることに留意されたい。図5より、Model-1-NではModel-1-Eと比較して層せん断力の増加割合が低下している事、また回転角 $\theta$ の絶対値は重心変位 $y$ の増大とともにほぼ線形的に増大していることがわかる。

また図6においても同様に、Model-2-NではModel-2-Eと比べて層せん断力の増加割合が低下している事、また $\theta$ の絶対値が $y$ の増

大とともにほぼ線形的に増大していることがわかる。

従って、直交方向構面の剛性低下の影響によって層せん断力の増加割合が低下している事、ならびに回転角の大きさが増大することがわかる。これは、Model-1-NおよびModel-2-Nでは構面(1)の耐震壁要素および純ラーメン要素が降伏しなかったためである。一方、図7においてModel-3-Nでは直交方向構面で剛性低下が生じなかったためにModel-3-Eの差は全くない。また、 $\theta$ の絶対値は $y$ の増大とともに増大するものの、 $y$ が0.015m(=1/250h)付近で頭打ちとなりその後ゆるやかに減少している。これは、 $y$ が0.015mとなった付近で構面(1)の耐震壁要素がY方向で降伏したためである。

図8~図13に各モデルにおける重心変位 $y$ -1次等価質量比 $m_1^*$ の関係、および偏心比 $E$ と弾力半径比 $J$ の変動を示す。

まずModel-1シリーズについて、図8よりModel-1-Eでは $y$ の増大とともに $m_1^*$ が緩やかに増大しているのに対しModel-1-Nでは $m_1^*$ が緩やかに減少していることがわかる。また図9において、Model-1-Eでは塑性化の進展とともに偏心比 $E$ が増大するものやがて低下し、弾力半径比 $J$ が増加していく一方で、Model-1-Nでは $E$ が増大していく一方で $J$ はほとんど変動しない。

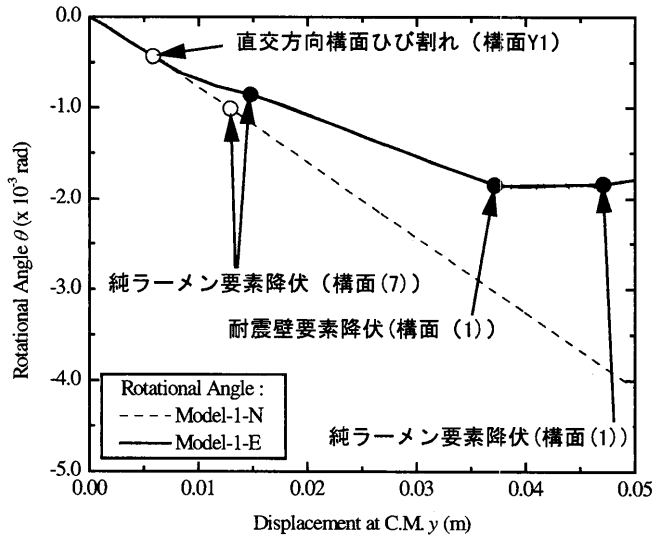
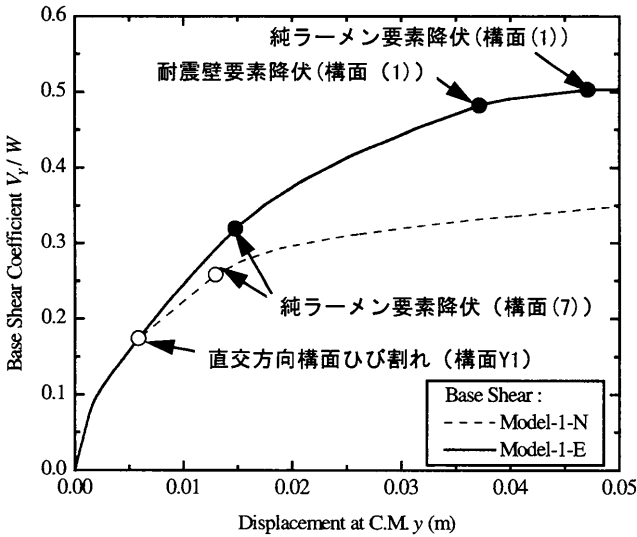


図5 重心変位と層せん断力、回転角の関係 (Model-1 Series)

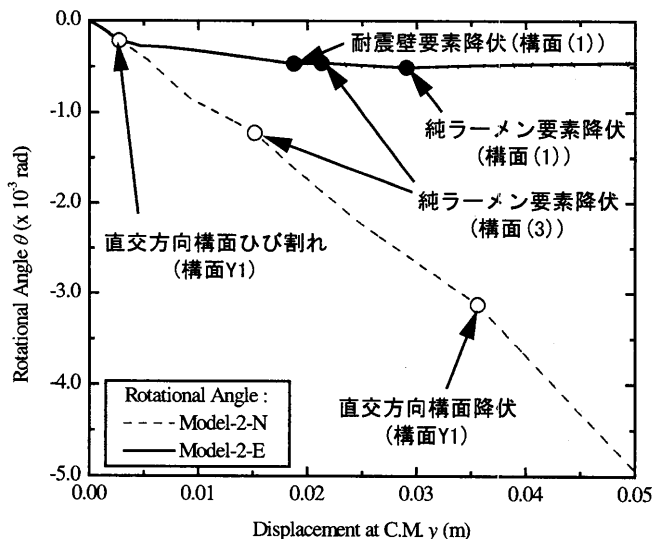
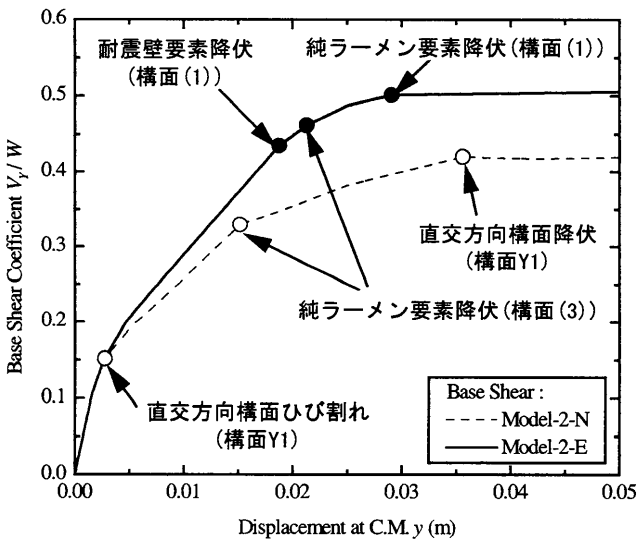


図6 重心変位と層せん断力、回転角の関係 (Model-2 Series)

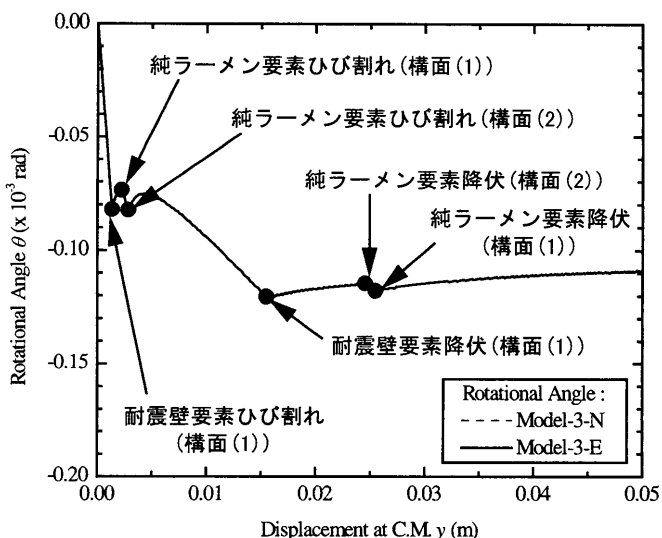
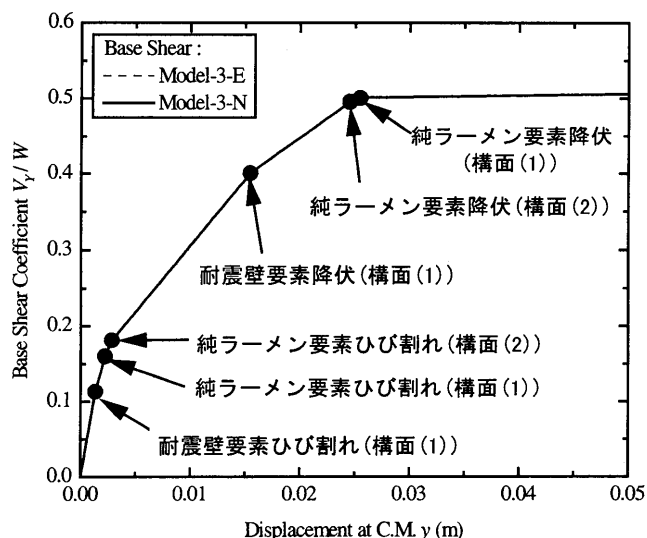


図7 重心変位と層せん断力, 回転角の関係 (Model-3 Series)

次に Model-2 シリーズについては, 図 10 より Model-2-E では  $y$  の増大とともに  $m_1^*$  が増大して 1.0 に漸近しているのに対し Model-2-N では  $m_1^*$  が低下していることがわかる。また図 11 より,

Model-2-E は塑性化の進展とともに  $J$  が増大していくのに対して, Model-2-N では  $E$  が増大する一方で  $J$  が低下していくことがわかる。これは, Model-2-N では直交方向構面の剛性低下により建物のねじ

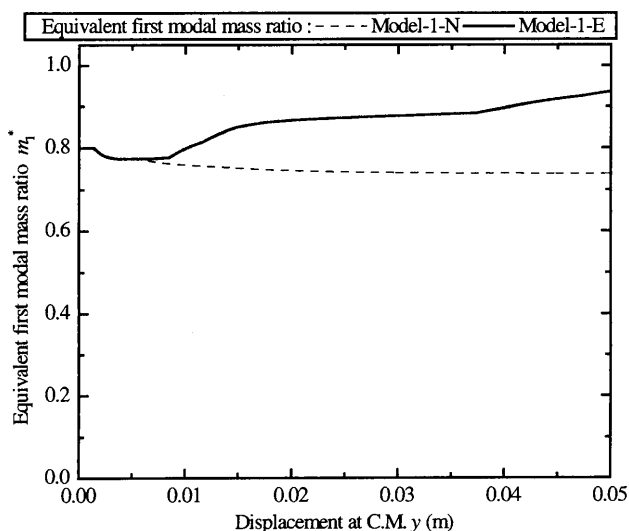


図8 重心変位と1次等価質量比の関係 (Model-1 Series)

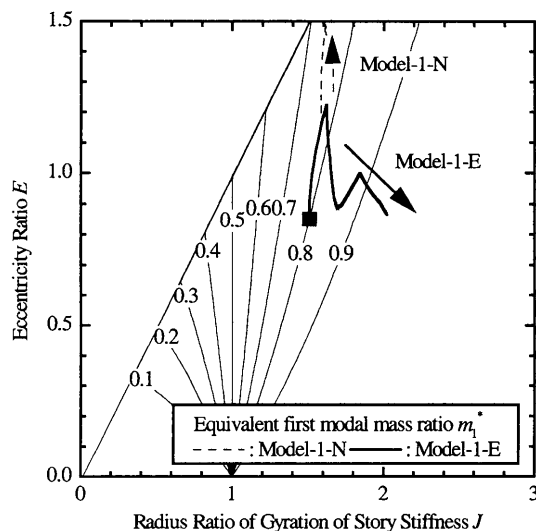


図9 偏心率・弾性半径比の変動 (Model-1 Series)

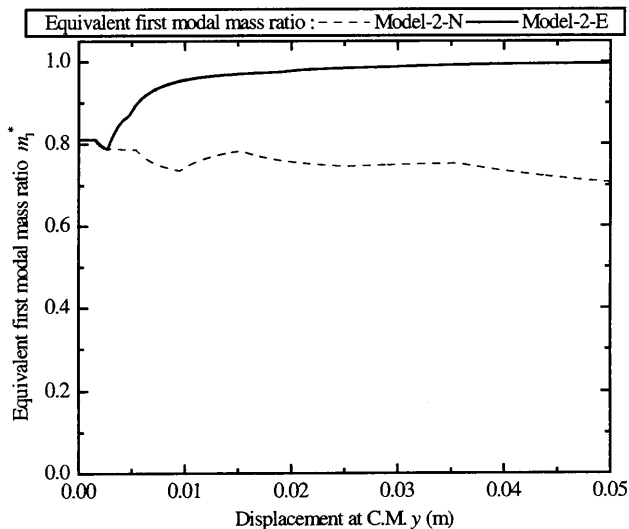


図10 重心変位と1次等価質量比の関係 (Model-2 Series)

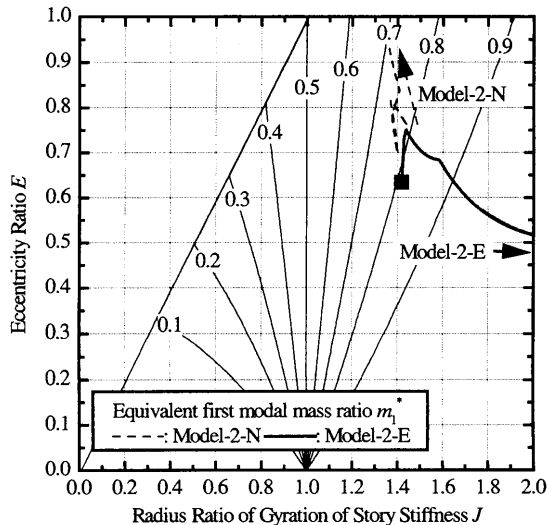


図11 偏心率・弾性半径比の変動 (Model-2 Series)

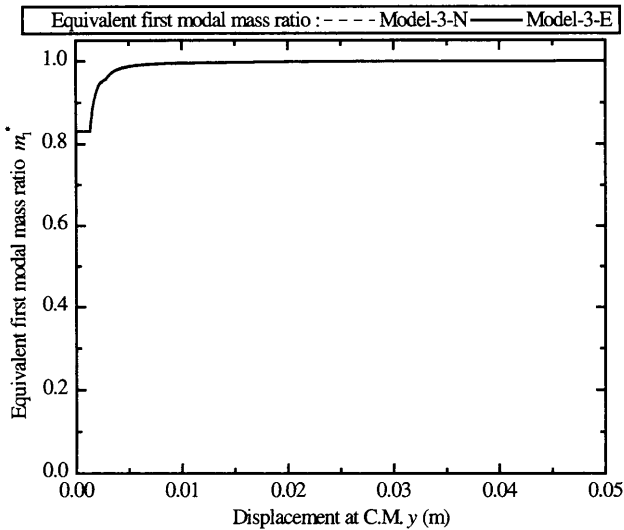


図 12 重心変位と 1 次等価質量比の関係 (Model-3 Series)

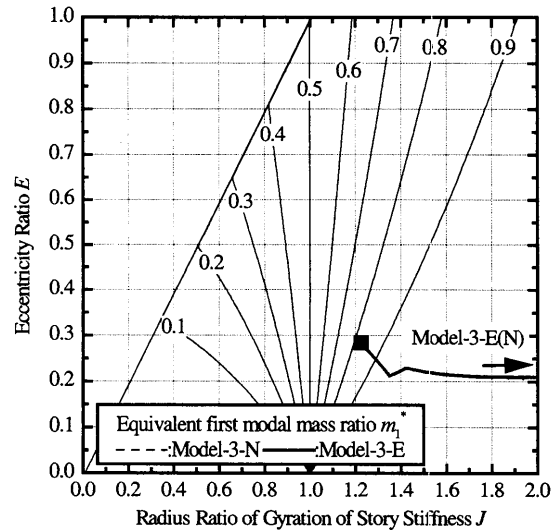


図 13 偏心率・弾力半径比の変動 (Model-3 Series)

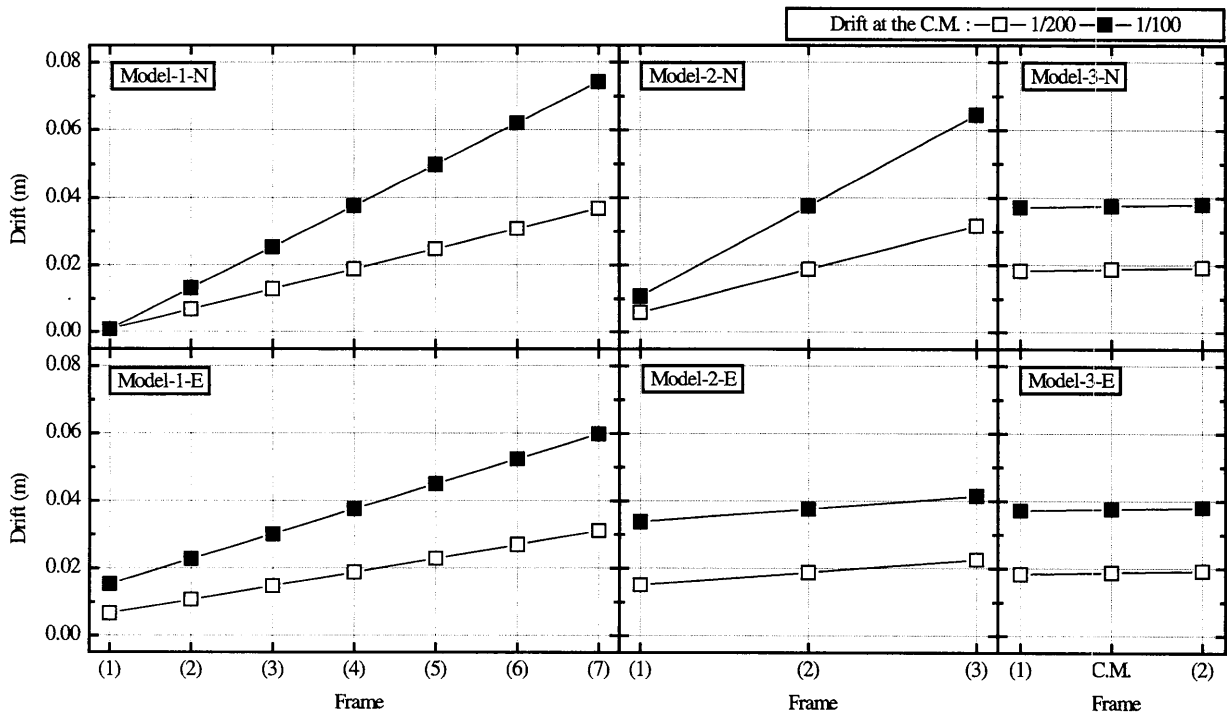


図 14 構面の変位分布

れ剛性が低下するためである。

一方の Model-3 シリーズでは図 12, 図 13 に示すように Model-3-E と Model-3-N は全く同じ挙動を示し、塑性化の進展とともに  $J$  が増大して  $m_1^*$  が増大して 1.0 に漸近していくことがわかる。

図 14 に重心変位が  $1/200h$  および  $1/100h$  の時点における各モデルの構面変形の分布を示す。図 14 より Model-1-N では剛側縁の構面(1)付近を中心として回転するように変形して構面(1)ではほとんど変形が生じていないのに対し、Model-1-E では柔側の構面(7)で最も変形が大きくなっているものの構面(1)にも変形が生じていることがわかる。同様の傾向は Model-2-N と Model-2-E に対しても見られ、Model-2-N では構面(1)の変形は構面(3)の変形の  $1/6$  程度と小さくなっているのに対して Model-2-E では構面(1)と構面(3)の変形の差は Model-2-N と比較して小さい。一方、直交方向構面で剛性低下が生

じなかった Model-3-N は Model-3-E と全く同じ挙動を示し、全てのモデルにおいてねじれによる構面変位の差が最も小さい。なお、Model-1 と Model-2 において重心変位が  $0.0375m (=1/100h)$  のとき構面 Y1 に生じた変形は、Model-1-N では  $0.0122m (=1/307h)$ 、Model-2-N では  $0.0269m (=1/139h)$  である。またこの時点での構面 Y1 の等価剛性は Model-1-N では弾性剛性の  $0.268$  倍、Model-2-N では弾性剛性の  $0.192$  倍に低下している。

以上より、1 次モードによる静的漸増荷重解析を行った場合には、直交方向構面の剛性低下によって弾力半径比  $J$  が低下して 1 次等価質量比が低下する可能性があること、およびこの場合には剛側縁を中心として回転するように変形が進み、剛側構面に生じる変形が非常に小さくなる可能性があることがわかる。

#### 4 等価1自由度系による応答変位分布の評価

前章の検討により、1次モードによる静的漸増載荷解析では直交方向構面の剛性低下の結果、剛側縁を中心として回転するように変形が進む可能性がある事がわかった。従って、この場合には1次モードで応答変位分布を評価すると、剛側縁を中心として回転したような変位分布となる。しかし、2章に述べたように2次モード形は剛側縁に大きな変位が生じる形となっているため、剛側構面では2次モード応答の影響が大きくなり、結果として1次モード応答のみでは剛側構面の変位を過小評価する可能性がある。そこで等価1自由度系の応答解析を行い、多自由度系の応答と比較して、1次モード応答による応答変位分布の評価の妥当性について検討する。

単層1軸偏心系の運動方程式は(1)式で表される。

$$[M]\ddot{d} + [C]\dot{d} + \{R\} = -[M]\{\alpha\} \cdot a_g \quad (1)$$

ここで、

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad \text{: 質量マトリクス}$$

$$[C] \quad \text{: 減衰マトリクス}$$

$$\{d\} = \{y \ \theta\}^T \quad \text{: 重心における変位ベクトル}$$

$$\{R\} = \{V_y \ T_z\}^T \quad \text{: 復元力ベクトル (層せん断力とねじりモーメント)}$$

$$\{\alpha\} = \{1 \ 0\}^T \quad \text{: 加振方向ベクトル}$$

$m$ : 質量,  $I$ : 回転慣性質量,  $a_g$ : 地動加速度

である。ここで、系の振動が線形・非線形を問わず1次モードにより支配されると仮定し、変位ベクトル $\{d\}$ および復元力ベクトル $\{R\}$

を(2)式および(3)式で表すものとする。

$$\{d\} = \beta_1 \{\phi_1\} \cdot D_1^* \quad (2)$$

$$\{R\} = [M] \{\beta_1 \{\phi_1\}\} \cdot A_1^* \quad (3)$$

ここで、

$D_1^*$ : 1次モードの等価変位,  $A_1^*$ : 1次モードの等価加速度

$\beta_1$ : 1次刺激係数,  $\{\phi_1\}$ : 1次モードベクトル

である。ここで、1次モードベクトル $\{\phi_1\}$ は、加振方向成分が1となるように基準化するものとする。(2)式および(3)式を(1)式に代入し、両辺の左側に $\beta_1 \{\phi_1\}^T$ を掛けて整理すると等価1自由度系の運動方程式 ((4)式) を得る。

$$\ddot{D}_1^* + \frac{C_1^*}{M_1^*} \dot{D}_1^* + A_1^* = -a_g \quad (4)$$

ここで、

$$M_1^* = \beta_1^2 \{\phi_1\}^T [M] \{\phi_1\} = \beta_1 \{\phi_1\}^T [M] \{\alpha\} \quad \text{: 1次等価質量}$$

$$C_1^* = \beta_1^2 \{\phi_1\}^T [C] \{\phi_1\} \quad \text{: 1次等価減衰係数}$$

である。

本検討では等価1自由度系の応答解析にあたり、3.1で述べた静的漸増載荷解析と同じ仮定に基づき、各ステップでの1次モード形の変動を考慮して文献4)と同じ方法にて解析した。すなわち、各ステップにおける1次モード $\beta_1 \{\phi_1\}$ は当該ステップにおける各要素の割線剛性を用いて固有値解析により定め、 $M_1^*$ および $C_1^*$ を順次定め

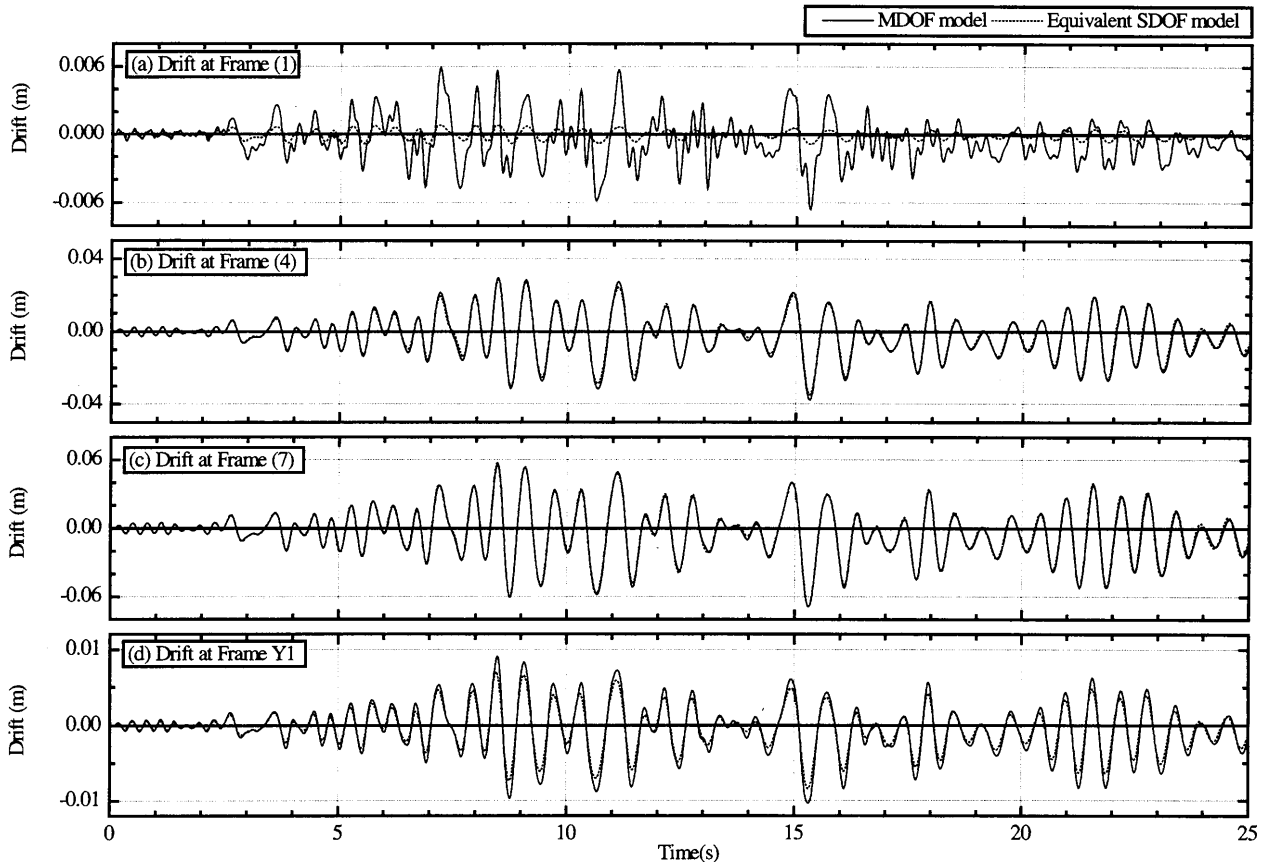


図 15 構面の応答変位の時刻歴 (Model-1-N)

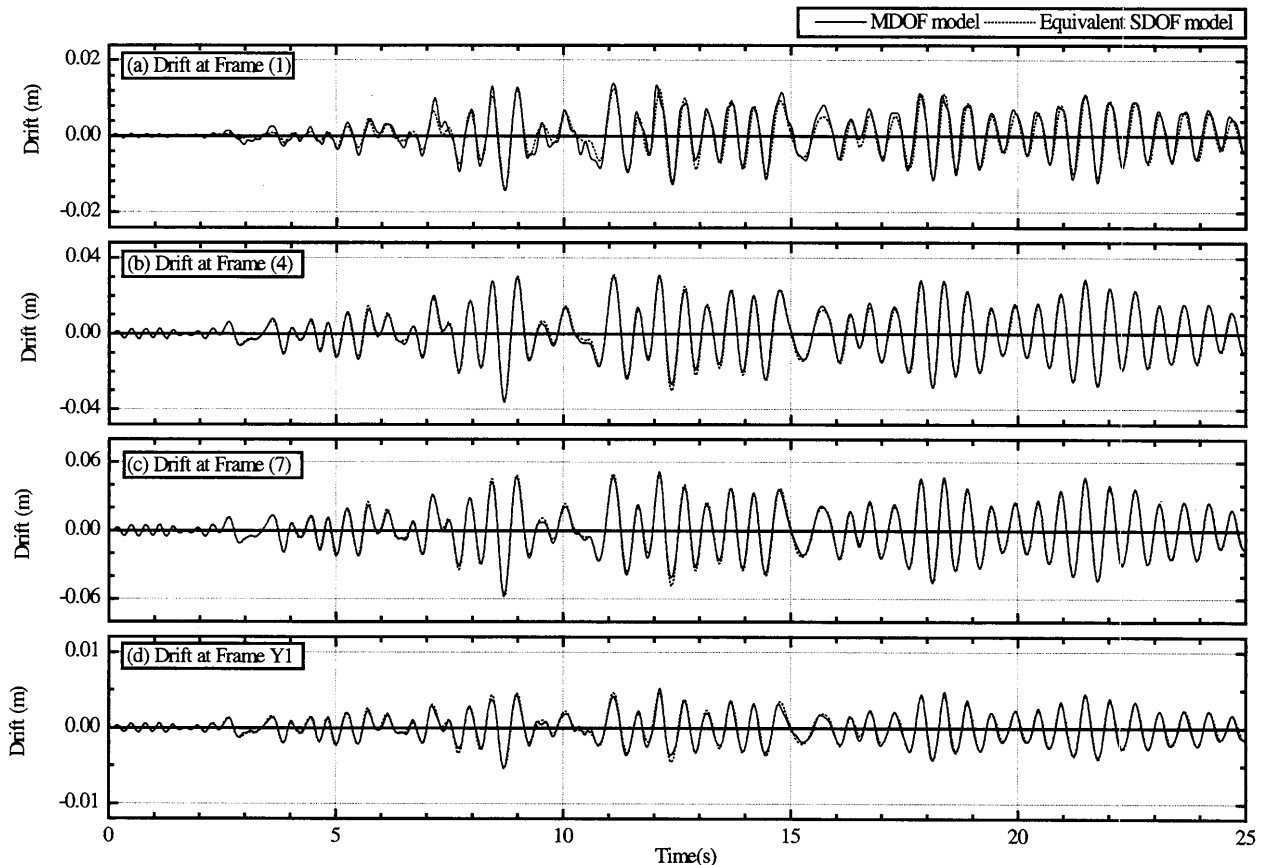


図 16 構面の応答変位の時刻歴 (Model-1-E)

て応答計算を行った。なお、各要素の割線剛性は、当該ステップまでの最大変形（正負両領域における絶対値の大きい側の変形）に基づき算定した。解析手順の詳細については付録 2 を参照にされたい。

図 15 と図 16 に、Model-1-N と Model-1-E の等価 1 自由度系と多自由度系における構面変位（構面(1)、構面(4)、構面(7)、構面 Y1）の応答時刻歴を示す。入力地震動は TOH 記録 (Lv. 2) である。

図 15 より明らかなように、Model-1-N では 1 次モード応答が全般的に支配的であるために重心位置の構面(4)、柔側縁の構面(7)および直交方向の構面 Y1 とともに等価 1 自由度系の応答と多自由度系の応答の対応は良好であり、これらの応答は 1 次モードにより評価できるとみることができる。しかし図 15(a)に示す剛側縁の構面(1)では等価 1 自由度系と多自由度系の応答の対応は悪く、等価 1 自由度系では構面(1)の応答を過小評価することとなる。

一方の図 16 において、Model-1-E ではいずれの構面においても等価 1 自由度系の応答と多自由度系の応答の対応は良好なものとなっている。すなわち Model-1-E の場合、1 次モード応答により構面(1)も含めて全ての構面における応答変位の評価が可能である。

この両者の違いは、前章での静的漸増載荷解析の結果より説明することができる。まず Model-1-N では、前述したように剛側縁を中心に回転するように変形が進行する。すなわち 1 次モード応答では剛側縁に生じる変形は極めて小さいものとなる。一方で 1 次等価質量比  $m_1^*$  は塑性化が進展しても増大せず、逆に緩やかに低下している。これは塑性化の進展とともに 2 次モードの影響が緩やかに増大することを示している。2 章で前述したように 2 次モードは剛側構

面が「振られる側」となるモードであるため、剛側縁の構面(1)は 2 次モードの影響を最も強く受ける。等価 1 自由度系の応答では 2 次モード応答の影響は無視されているため、結果として 2 次モード応答の影響が大きい構面(1)において応答を過小評価することとなる。一方の Model-1-E では、塑性化の進展とともに並進振動が卓越するモードに徐々に移行する。加えて  $m_1^*$  は塑性化の進展とともに緩やかに増大する。すなわち塑性化の進展とともに 1 次モード応答の影響が増大し、これに対応して 2 次モード応答の影響が低下する。

この結果、剛側構面においても 2 次モードの影響が小さくなり、結果として構面(1)でも 1 次モード応答との対応が良好となる。

図 17 に等価 1 自由度系により評価した各モデルの構面の最大変位（剛側構面、重心、柔側構面、直交方向）のと多自由度系の応答の対応関係を示す。図 17 より、Model-1-N および Model-2-N では剛側構面において等価 1 自由度系は過小な評価を与えている一方で、それ以外のモデルでは剛側構面も含めて良好に評価できていることがわかる。以上により、直交方向構面の剛性低下により剛側縁を中心として回転する変位分布となるモデルでは、等価 1 自由度系での 1 次モード応答のみによる評価では剛側構面を過小評価する可能性があることがわかる。

## 5 応答変位分布の評価精度の改善方法

### 5.1 モード重合法による評価

線形応答する多自由度系の場合、モード応答の重ね合わせによる変位分布評価は理論的にも明快でかつ極めて有効であるが、非線形



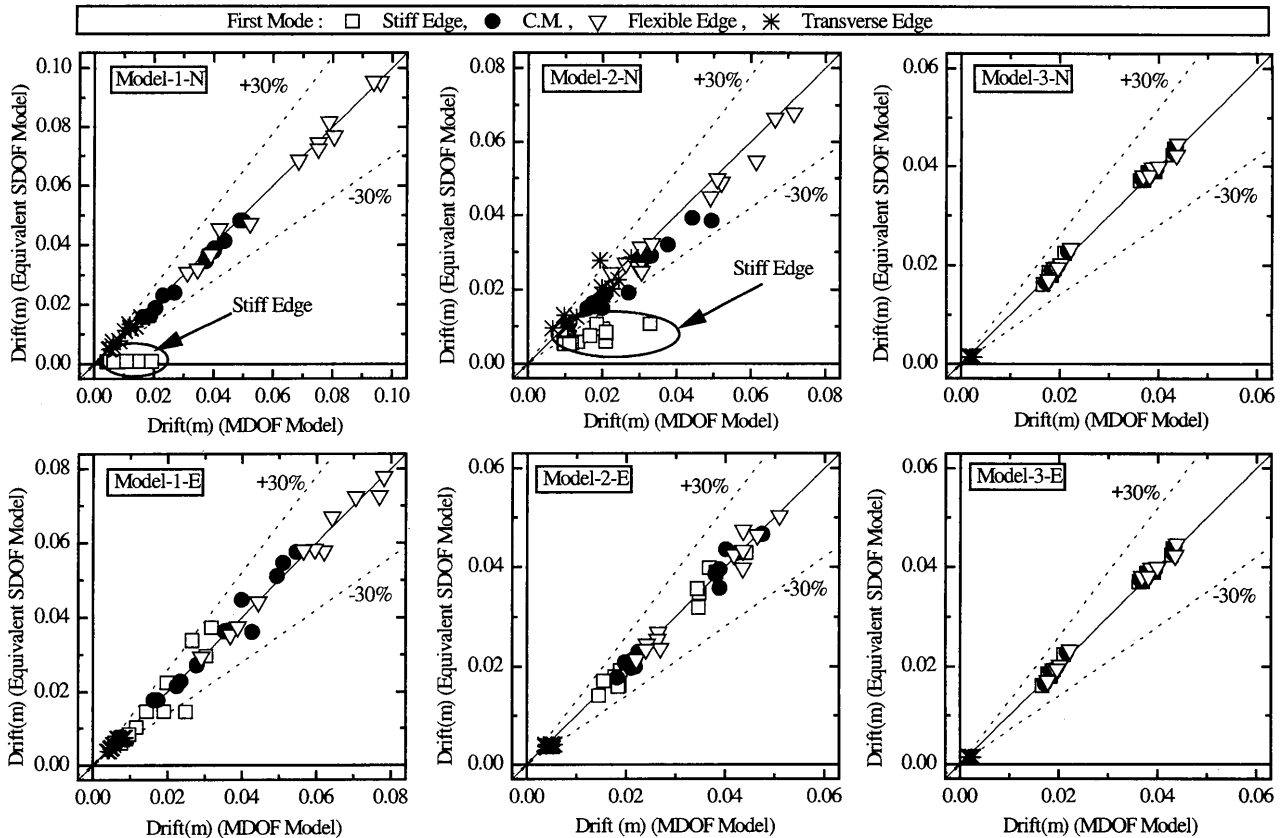


図 17 各モデルの構面の最大変位

応答する多自由度系の場合には厳密には成り立たない。しかし線形応答のアナロジーで、非線形応答を各次モードに対応する等価 1 自由度系を独立に解析して重ね合わせるにより評価する方法が Chopra 等により示されている<sup>6)</sup>。ここでは、これと同様の考え方により単層 1 軸偏心系の応答変位分布の評価を試みる。

前章に示した方法と同様に、2 次モードに関する等価 1 自由度系の運動方程式 ((5)式) を得る事ができる。

$$\ddot{D}_2^* + \frac{C_2^*}{M_2^*} \dot{D}_2^* + A_2^* = -a_g \quad (5)$$

ここで、

$$M_2^* = \beta_2^2 \{ \phi_2 \}^T [M] \{ \phi_2 \} = \beta_2 \{ \phi_2 \}^T [M] \{ \alpha \} \quad : 2 \text{ 次等価質量}$$

$$C_2^* = \beta_2^2 \{ \phi_2 \}^T [C] \{ \phi_2 \} \quad : 2 \text{ 次等価減衰係数}$$

$$D_2^* = \frac{\beta_2 \{ \phi_2 \}^T [M] \{ d \}}{M_2^*} \quad : 2 \text{ 次モードの等価変位}$$

$$A_2^* = \frac{\beta_2 \{ \phi_2 \}^T \{ R \}}{M_2^*} \quad : 2 \text{ 次モードの等価加速度}$$

である。なお、Chopra 等は文献6)において各次のモード形は弾性時のものから変動しないものと仮定しているが本検討では各ステップにおいて各要素の等価剛性に基づいて変動するとしている点に留意されたい。なお、2 次モードに関する等価 1 自由度系の応答解析は前章と同じく付録 2 で示した方法で行う。

図 18, 図 19 に 1 次および 2 次モードにおける等価加速度・等価変位の応答時刻歴を示し、等価 1 自由度系の応答と多自由度系のモード分解結果を比較する。ここで、多自由度系の応答のモード分解

は文献4)と同じ方法による。以下にその概略を示す。

- (1) 単層 1 軸偏心系の時刻歴応答解析を行う。
- (2) 時刻歴応答解析結果を用いて、各々のステップにおける各要素の等価剛性を求める。本論文において等価剛性は、簡便のため当該ステップまでの最大変形（正負両領域における絶対値の大きい方の変形）に対する割線剛性で評価した。
- (3) 各要素の等価剛性を用いて、当該ステップにおけるモード形  $\beta_i \{ \phi \}$  ( $i=1, 2$ ) を固有値解析により求める。
- (4) 各モードの等価質量  $M_i^*$ 、等価変位  $D_i^*$ 、等価加速度  $A_i^*$  を定め、各モードの変位  $\{ d_i \}$  を定める。

用いたモデルは Model-1-N であり、入力地震動は TOH 記録(Lv.2) である。図 18 より、1 次モードの等価変位・等価加速度では多自由度系のモード分解の結果と等価 1 自由度系の応答時刻歴とは非常に良く一致していることがわかる。しかし図 19 においては、2 次モードの等価加速度では多自由度系のモード分解の結果と等価 1 自由度系の応答時刻歴とはある程度の対応は見られるものの等価変位では等価 1 自由度系と多自由度系のモード分解の対応は悪く、等価 1 自由度系の等価変位は多自由度系と比べて小さくなっている。

また図 20, 図 21 には 1 次および 2 次モードにおける等価加速度-等価変位関係を示す。図 20 において、1 次モードの等価加速度-等価変位関係では、多自由度系と等価 1 自由度系は非常に良好に一致し、極めて規則的なループを描いている。しかし図 21 においては、2 次モードの等価加速度-等価変位関係では多自由度系と等価 1 自由

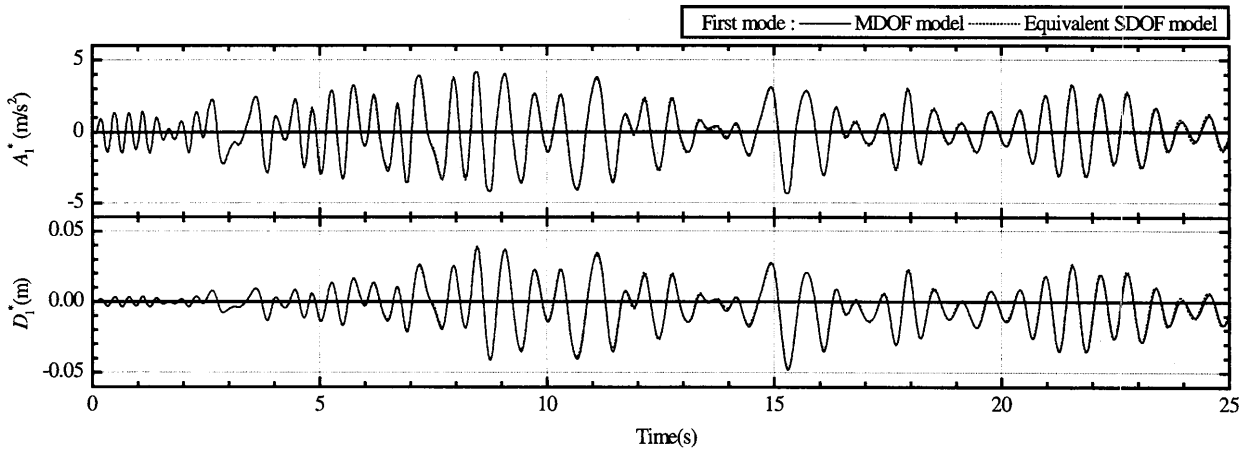


図 18 1次モードの等価加速度・等価変位の応答時刻歴

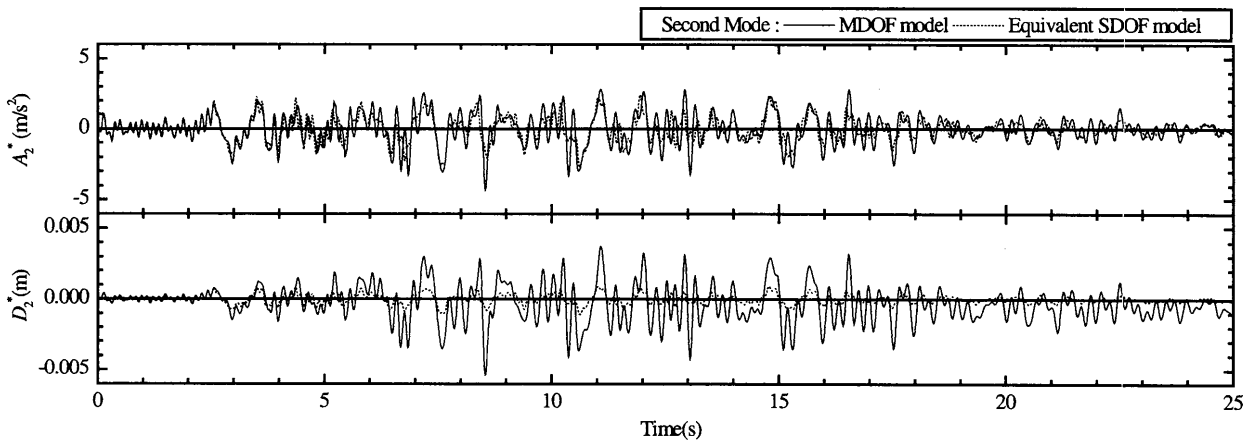


図 19 2次モードの等価加速度・等価変位の応答時刻歴

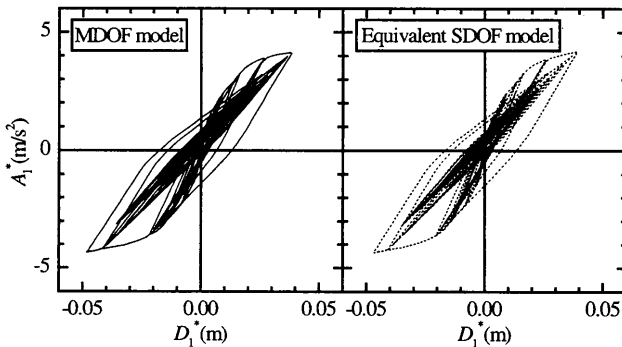


図 20 1次モードの等価加速度—等価変位関係

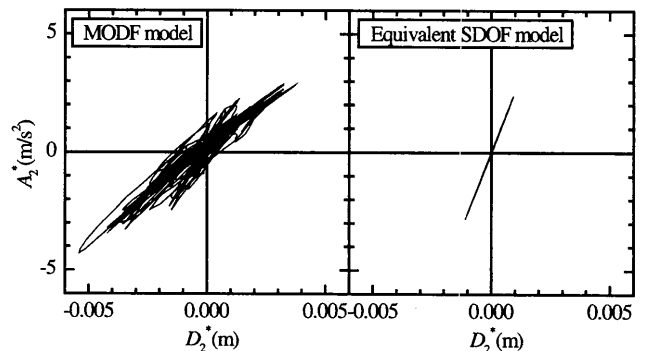


図 21 2次モードの等価加速度—等価変位関係

度系とは著しく異なり、多自由度系では不規則なループとなっている一方で、等価1自由度系ではほぼ線形の応答を示している。

この結果は以下のように説明できる。改めて述べるまでもなく、等価1自由度系では対象となっているモードの応答のみを考慮する。すなわち、1次モードの等価1自由度系では1次モードの応答のみを、2次モードの等価1自由度系では2次モードの応答のみを考慮する。ここで対象とした Model-I-N のように1次モード応答が支配的な場合でかつ非線形領域で応答する場合には、2次モード応答は1次モード応答の影響を強く受ける。しかしながら2次モードの等価1自由度系では2次モード応答のみを考慮して独立に解析するため、1次モード応答による塑性化およびこれが2次モードの応答および

モード形状の変動に与える影響は無視されることになる。結果として、非線形応答では多自由度系の応答の2次モード成分と2次モードの等価1自由度系の応答は大きく異なる。

図 22 にモード重合による構面変位の応答時刻歴を示す。図 22 より、剛側の構面(1)の応答は2次モードの等価1自由度系の結果を重ね合わせても十分な改善結果は得られず、なお過小評価となっている。これは、既に述べたように2次モードの等価1自由度系の応答が多自由度系の2次モード応答と対応が悪いためである。なお、他の構面(構面(4), 構面(7), 構面 Y1) でモード重合と多自由度系の応答の対応が良好なのは、1次モード応答の影響が支配的であるためである。

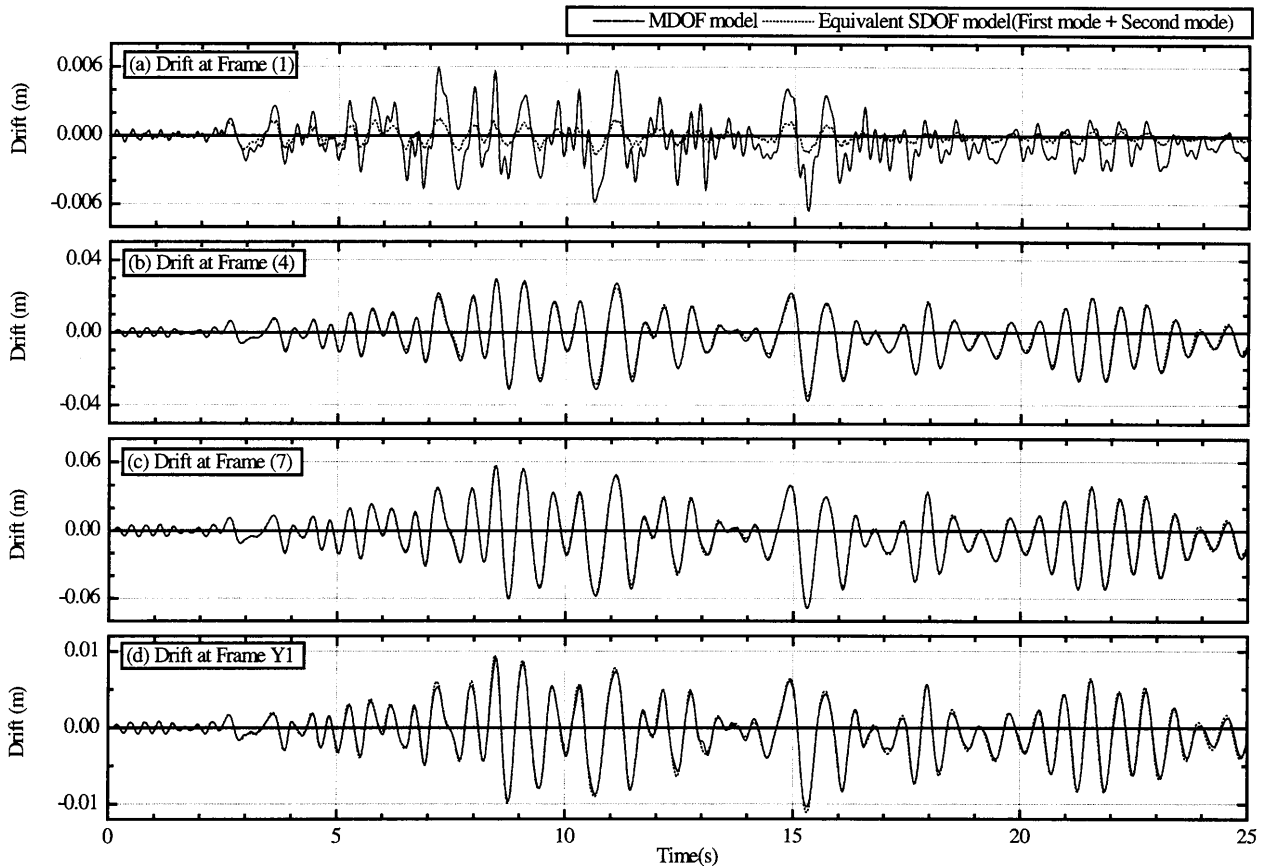


図 22 モード重合による構面の応答変位の時刻歴

以上の結果を見る限り、非線形応答する単層 1 軸偏心系においてモード重合法による変位分布評価精度の改善は困難である。

## 5.2 モード直和外力による静的漸増載荷解析の併用による評価

松森らは、文献7)においてモード直和およびモード差分の 2 種類の外力分布を用いて静的漸増載荷解析を行い両者の結果の大きい側をとるという方法を提案している。ここでは、剛側構面変位の評価改善を目的として、モード直和外力による静的漸増載荷解析を併用する事により評価精度の改善を試みる。

モード直和外力による静的漸増載荷解析を併用した構面変位の評価の流れは以下の通りである。

- (1) 1 次モード応答を求める。これは既往の方法と同様に、1 次モードの等価 1 自由度系により評価する。
- (2) 仮定した応答スペクトルよりモード直和外力  $\{f\}_+$  を算出する。
- (3) モード直和外力により、等価変位  $D^*$  が 1 次モード応答による最大等価変位  $D_{1\text{MAX}}^*$  と等しくなるまで静的漸増載荷解析を行う。
- (4) 各構面の変位は、1 次モード応答による結果とモード直和外力による結果のうち大きい方とする。

本検討で文献7)と大きく異なる点は、本検討では 1 次モード形の変動を考慮している点である。以下では文献7)の方法を修正した点について述べる。

### ① 1 次モードの取り扱い

本検討では 1 次モードベクトル  $\beta_1\{\phi_1\}$  が塑性化の進展とともに変動するものとしている。そのため、モード直和外力による静的漸増載荷解析を行う際には、1 次モード応答による最大等価変位  $D_{1\text{MAX}}^*$  における 1 次モードベクトル  $\beta_{1ie}\{\phi_{1ie}\}$  を用いて等価変位  $D^*$  を算定す

る ((6)式)。

$$D^* = \frac{\beta_{1ie}\{\phi_{1ie}\}^T [M] \{d\}}{M_{1ie}^*} = \frac{\beta_{1ie}\{\phi_{1ie}\}^T [M] \{d\}}{\beta_{1ie}^2 \{\{\phi_{1ie}\}^T [M] \{\phi_{1ie}\}\}} \quad (6)$$

ここで  $M_{1ie}^*$  は  $D_{1\text{MAX}}^*$  における 1 次等価質量である。静的漸増載荷解析は、 $D^*$  が  $D_{1\text{MAX}}^*$  に等しくなる点まで行う。

### ② モード直和外力の算定

文献7)ではモード直和外力は(7)式で与えられるものとしている。

$$\{f\}_+ = [M] \{\beta_1\{\phi_1\} + \alpha_{2+}\beta_2\{\phi_2\}\} \quad (7)$$

ここで、 $\alpha_{2+}$  は 2 次モード比例分の 1 次モード比例分の 1 次モード成分に対する比であり、(8)式で与えられる。

$$\alpha_{2+} = \gamma_+ \cdot S_{A2}/S_{A1} \quad (8)$$

ここで  $S_{A2}/S_{A1}$  は両モードの加速度応答の比である。また  $\gamma_+$  は両モードの応答の位相特性を考慮するための係数であるが、文献7)では簡便に 1.0 としている。

ここで、モード形  $\beta_1\{\phi_1\}$ 、 $\beta_2\{\phi_2\}$  は弾性時から変動するため、(7)式および(8)式よりモード直和外力を簡便に求める事ができない。そこで、簡略化のために以下の仮定を導入する。

$$\alpha_{2+} = S_{A2}/S_{A1} = 1 \quad (9)$$

(9)式の仮定は、厳密には対象建物が短周期建物でその固有周期が加速度一定領域に入る場合のみ成立することに留意されたい。(9)式の仮定により、(7)式は(10)式のように単純化することができる。

$$\{f\}_* = [M]\{\beta_1\phi_1 + \beta_2\phi_2\} = [M]\{\alpha\} \quad (10)$$

(10)式より、モード直和外力は重心に水平力のみを作用させることに相当する。以下では、(10)式による外力分布を簡略化したモード直和外力と呼ぶものとする。簡略化したモード直和外力の概念図を図23に示す。

簡略化したモード直和外力による静的漸増載荷解析の併用による応答変位分布の評価例を示す。図24は、TOH記録(Lv.2)を入力した場合の応答変位分布(Model-1-N, Model-2-N, Model-3-N)である。ここで、図24中において“MDOF model”は多自由度系の非線形時刻歴応答解析の結果を、“First Mode”は等価1自由度系により評価した1次モード応答の結果を、“Sum”は簡略化したモード直和外力による静的漸増載荷解析の結果を、“Envelope”は前2者の包絡を、それぞれ表す。図24より、Model-1-NとModel-2-Nでは簡略化したモード直和外力による静的漸増解析を併用する事により剛側構面の変位の評価精度が改善され、多自由度系の応答と概ね良好に対応する事がわかる。またModel-3-Nではモード直和外力による結果は1次モード応答とほとんど差がなく、多自由度系の応答と良好に対応していることがわかる。従って、Model-3-Nの場合には簡略化したモード直和外力による静的漸増載荷解析は実質的には不要であると見ることもできる。

図25に各モデルの構面変位評価と多自由度系の応答との対応を示す。図25より、Model-1-NとModel-2-Nでは剛側構面変位の評価

精度が改善されており、他のモデルにおいても良好な評価を与えていることがわかる。

以上により、単層1軸偏心系の応答変位分布は、1次モード応答による評価と簡略化したモード直和外力による静的漸増載荷解析による評価を併用することによって概ね評価できることがわかる。

## 6 まとめ

本論文では直交方向の特性が各構面で全て等しい単層1軸偏心建物が1方向入力を受ける場合を対象として、1次モードによる静的漸増載荷解析を行い直交方向構面の剛性低下が単層1軸偏心建物の非線形挙動に与える影響を検討した。次いで等価1自由度系により応答変位分布を評価し、応答変位分布を1次モード応答により評価する事の限界点を指摘した。さらにこの改善策として、モード重合法による方法とモード直和外力による静的漸増載荷解析を併用する方法を検討した。結論を以下に記す。

- (1) 1次モードによる静的漸増載荷において、直交方向構面で剛性低下が生じる場合には弾力半径比が低下して1次等価質量比が低下する。およびこの場合には剛側縁を中心として回転するように変形が進む。
- (2) 1次モードによる静的漸増載荷において直交方向構面の剛性低下により剛側縁を中心として回転する変位分布となるモデルでは、1次モード応答のみによる評価では剛側構面の変位を過小評価する可能性がある。
- (3) 非線形応答する単層1軸偏心系において、モード重合法による変位分布の評価は困難である。
- (4) 単層1軸偏心系の応答変位分布は、1次モード応答による評価と本研究による簡略化したモード直和外力による静的漸増載荷解析による評価を併用することによって概ね評価できる。

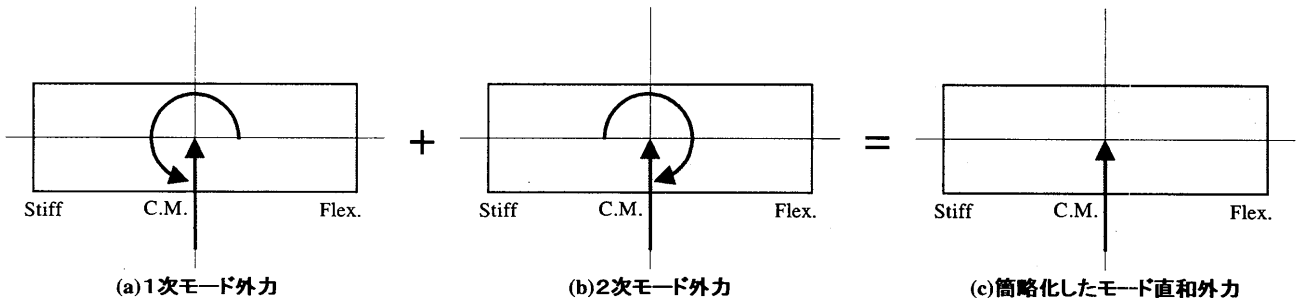


図23 簡略化したモード直和外力の概念図

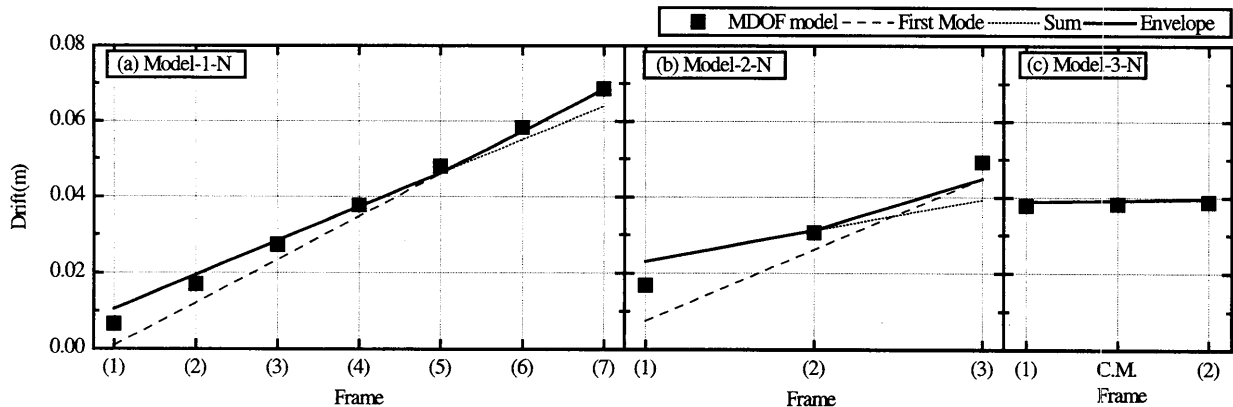


図24 簡略化したモード直和外力による静的漸増載荷解析の併用による応答変位分布の評価

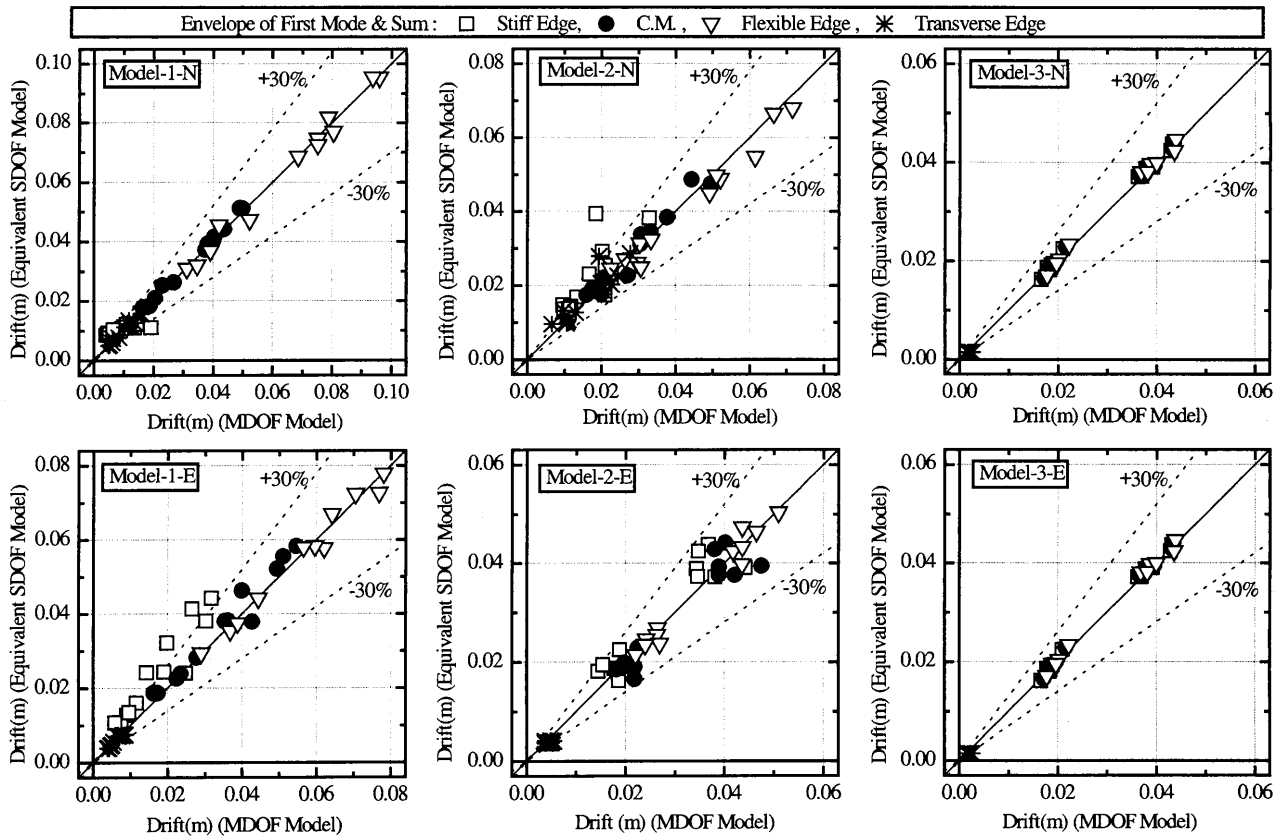


図 25 モード直和外力による静的漸増载荷解析の併用による各モデルの構面変位の評価

本論文で示したモード直和外力による静的漸増载荷解析の併用による評価法は、多層 1 軸偏心建物の場合であっても文献5)において筆者らが既に示した方法によって等価な単層 1 軸偏心系に縮約できるのであればそのまま適用することが可能である。なお、本論文で示した手法は対象建物の 1 次モード応答が等価 1 自由度系により精度良く評価されることが前提条件となっている。従って、2 次モードの影響が大きくて 1 次モード応答が精度良く評価できない場合には本手法を適用することは困難であることが予想される。以上の点については稿を改めて述べる。

**付録 1 剛性低下による 1 次モード形の変動を考慮する静的漸増载荷解析の手順**

3 章の検討で用いた剛性低下による 1 次モード形の変動を考慮する静的漸増载荷解析の手順を以下に示す。ここでは、重心の Y 方向変位で変位制御を行うものとする。なお、付録 1 および付録 2 においては Newmark-β法の定数βと区別するため、1 次モードの刺激係数を  $\Gamma_1$  と表記するものとする。

- (1) 重心の Y 方向変位の増分  $\Delta_{n+1}y_T$  を設定する。
- (2) 現ステップにおける等価剛性マトリクス  $[{}_nK_{EQ}]$  を作成して固有値解析を行い、現ステップにおける 1 次モードベクトル  ${}_n\Gamma_1\{\phi_1\}$  を求める。
- (3) 次ステップでの 1 次モードベクトルを(付 1)の形で仮定する。

$${}_{n+1}\Gamma_1\{\phi_1\} = {}_n\Gamma_1\{\phi_1\} \quad (付 1)$$

ここで、 ${}_{n+1}\Gamma_1$  および  $\{\phi_1\} = \{\phi_{Y1}, \phi_{\theta 1}\}^T$  はそれぞれ次ステップにおける 1 次モードの刺激係数、モードベクトルである。

- (4) 次ステップにおける変位  $\{d\}$  を算定する。

$$\{d\} = {}_{n+1}\lambda \cdot {}_{n+1}\Gamma_1\{\phi_1\} \quad (付 2)$$

ここで、 ${}_{n+1}\lambda$  は(付 3)式で与えられる。

$${}_{n+1}\lambda = \frac{{}_n y + \Delta_{n+1} y_T}{{}_{n+1}\Gamma_1 \cdot {}_{n+1}\phi_{Y1}} \quad (付 3)$$

- (5) 次ステップの各要素変位・応力を求め、これより各要素変位に対応する等価剛性を算定し、等価剛性減衰マトリクス  $[{}_{n+1}K_{EQ}]$  を求める。
- (6) 等価剛性マトリクス  $[{}_{n+1}K_{EQ}]$  に対する 1 次モードベクトル  ${}_{n+1}\Gamma_1\{\phi_1\}$  を固有値解析より求める。
- (7) (6)において算定される 1 次モードベクトル  ${}_{n+1}\Gamma_1\{\phi_1\}$  と仮定した  ${}_{n+1}\Gamma_1\{\phi_1\}$  の差が許容範囲に収まるまで(4)~(6)を繰り返す。

**付録 2 剛性低下による 1 次モード形の変動を考慮する等価 1 自由度系の非線形時刻歴応答解析の手順**

多自由度系の非線形応答を等価 1 自由度系により評価する場合は、

当該多自由度系の静的漸増荷重解析を行いその結果より等価加速度—等価変位関係を求め、これを3折れ線に近似して等価1自由度系を作成して履歴特性を仮定して応答評価を行うのが一般的である。しかしここでは、この前段階として、以下の手順により等価1自由度系の運動方程式(4式)の解析を行った。

- (1) 入力地動加速度  $a_g$  を設定する。
- (2) 等価1自由度系の相対加速度を(付4)式で仮定する。

$${}_{n+1}\ddot{D}_1^* = {}_n\ddot{D}_1^* \quad (\text{付4})$$

- (3) 現ステップにおける各要素の等価剛性より多自由度系の等価剛性マトリクス $[_nK_{EQ}]$ (前ステップでの収束計算時に下記の(6)~(8)で定まる。なお当然のことながら、第1ステップにおける等価剛性マトリクスは弾性剛性マトリクスとなる。)を利用して固有値解析を行い、現ステップにおける1次モードベクトル ${}_n\Gamma_1\{\phi_1\}$ を求める。
- (4) 次ステップでの1次モードベクトルを(付1)の形で仮定する。
- (5) (付5)、(付6)式より等価1自由度系の相対速度、相対変位を求める。

$${}_{n+1}\dot{D}_1^* = {}_n\dot{D}_1^* + \frac{1}{2}({}_n\ddot{D}_1^* + {}_{n+1}\ddot{D}_1^*) \cdot \Delta t \quad (\text{付5})$$

$${}_{n+1}D_1^* = {}_nD_1^* + {}_n\dot{D}_1^* \cdot \Delta t + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) {}_n\ddot{D}_1^* \cdot (\Delta t)^2 + \beta \cdot {}_{n+1}\ddot{D}_1^* \cdot (\Delta t)^2 \quad (\text{付6})$$

ここで、 $\Delta t$  は積分刻み時間である。

- (6) (付7)式より、等価1自由度系の応答変位に対応する多自由度系の変位ベクトルを求める。

$$\{d_{n+1}\} = {}_{n+1}\Gamma_1\{\phi_1\} \cdot {}_{n+1}D_1^* \quad (\text{付7})$$

- (7) 各要素変位・応力を求め、これより次ステップの復元力ベクトル $\{R_{n+1}\}$ を求める。
- (8) (7)で定めた次ステップの各要素変位に対応する等価剛性を算定し、これより等価剛性マトリクス $[_{n+1}K_{EQ}]$ および減衰マトリクス $[_{n+1}C]$ を求める
- (9) 等価剛性マトリクス $[_{n+1}K_{EQ}]$ に対する1次モードベクトル ${}_{n+1}\Gamma_1\{\phi_1\}$ を固有値解析より求める。
- (10) (9)において算定される1次モードベクトル ${}_{n+1}\Gamma_1\{\phi_1\}$ と仮定した ${}_{n+1}\Gamma_1\{\phi_1\}$ の差が許容範囲に収まるまで(6)~(9)を繰り返す。
- (11) 1次等価質量 ${}_{n+1}M_1^*$ 、1次等価粘性減衰係数 ${}_{n+1}C_1^*$ および等価加速度 ${}_{n+1}A_1^*$ を(付8)~(付10)式より算定する。

$${}_{n+1}M_1^* = {}_{n+1}\Gamma_1\{\phi_1\}^T [M] \{\phi_1\} \quad (\text{付8})$$

$${}_{n+1}C_1^* = {}_{n+1}\Gamma_1\{\phi_1\}^T [_{n+1}C] \{\phi_1\} \quad (\text{付9})$$

$${}_{n+1}A_1^* = \frac{{}_{n+1}\Gamma_1\{\phi_1\}^T \{R_{n+1}\}}{{}_{n+1}M_1^*} \quad (\text{付10})$$

- (12) 等価1自由度系の相対加速度を(付11)式より求める。

$${}_{n+1}\ddot{D}_1^* = -{}_{n+1}a_g - \frac{{}_{n+1}C_1^*}{{}_{n+1}M_1^*} \cdot {}_{n+1}A_1^* \quad (\text{付11})$$

- (13) (12)において算定される等価1自由度系の相対加速度と仮定した等価1自由度系の相対加速度の差が許容範囲に収まるまで(5)~(12)を繰り返す。

なお、本検討では減衰を瞬間剛性比例型と仮定している。一方で1次モード形は最大応答点における割線剛性により定めている。この場合には、減衰マトリクスに関するモードの直交性が成り立たないため、厳密には等価1自由度系の運動方程式において2次モードの項が出てくる。しかし別途検討したところによると、この影響は本検討例については無視できる程度に小さいことを確認している。また、5.1のモード重合法での2次モードに関する等価1自由度系の非線形時刻歴応答解析は、上記の手順において1次モードに関する変数を全て2次モードに関するものに置き換えて行っている。

#### 参考文献

- 1) NHERP Guideline for the Seismic Rehabilitation of Buildings (FEMA 273), Federal Emergency Management Agency, Oct. 1997
- 2) Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings, ATC-40, Report No. SSC96-01, Applied Technology Council, Nov. 1996
- 3) 多層建築物の等価1自由度系縮約法と地震応答精度, 倉本 洋, 勅使川原 正臣, 小鹿 紀英, 五十田 博, 日本建築学会構造系論文集, 第546号, pp. 79-85, 2001年8月
- 4) 単層1軸偏心建物の非線形応答評価法に関する研究, 藤井 賢志, 中埜 良昭, 真田 靖士, 構造工学論文集, Vol.48B, pp.173-182, 2002年3月
- 5) 多層1軸偏心建物の非線形応答評価法に関する研究, 藤井 賢志, 中埜 良昭, 真田 靖士, コンクリート工学年次論文集, Vol.24, No. 2, pp.7-12, 2002年6月
- 6) A Modal Pushover Analysis Procedure to Estimate Seismic Demands for Buildings: Theory and Preliminary Evaluation, A. K. Chopra, R. K. Goel, PEER Report, Jan. 2001
- 7) 2つの漸増荷重解析を用いたRC造骨組の地震時変形の評価方法, 松森 泰造, 小谷 俊介, 壁谷澤 寿海, 塩原 等, コンクリート工学年次論文集, Vol.24, No. 2, pp.19-24, 2002年6月
- 8) Inelastic Response Behavior of Torsion in Buildings Subjected to Strong Earthquake, Takao Nishikawa, Proceedings of the Seventh World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 5, pp.657-664, 1980
- 9) 鋼構造強柱偏心立体骨組に関するエネルギー消費部材の必要塑性変形能力(1層1スパン耐力偏心骨組), 髙 祐治, 井上 一郎, 日本建築学会構造系論文集, 第524号, pp.125-132, 1999年10月
- 10) Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes, T. Takeda, M. A. Sozen, N. N. Nielsen, Journal of ASCE, pp. 2557-2573, Dec. 1970
- 11) 建築物の構造規定, 日本建築センター, 1995年7月
- 12) 単層偏心建物のPushover解析, 藤井 賢志, 中埜 良昭, 日本建築学会大会学術講演集(関東), CD-ROM, 2001年9月